

LA PERSPECTIVE

PAR ANDRÉ ROSS
PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES
CÉGEP DE LÉVIS-LAUZON

INTRODUCTION

À l'époque médiévale, la peinture avait pour objet la description des principaux thèmes du drame chrétien, l'intention était de promouvoir le sentiment religieux plutôt que de représenter des scènes réalistes. Pour ce faire, l'organisation picturale n'avait pas à se conformer à la réalité telle que perçue par les sens. Dans plusieurs tableaux, les personnages semblent flotter dans les airs, ils sont représentés dans des attitudes stylisées. Le fond des tableaux est souvent doré ou bleu pour suggérer un univers autre que celui perçu par nos sens. Les peintures ne donnent aucune impression de profondeur, on perçoit un espace bidimensionnel. Les grandeurs respectives des personnages sont déterminées par leur importance plutôt que par leur position dans l'espace. La facture des tableaux est dite conceptuelle.



SIMONE MARTINI

L'annonciation

Cependant vers la fin du treizième siècle, les peintres ont commencé à être influencés par de nouveaux courants de pensée et tentèrent de produire des oeuvres

plus réalistes. Les peintures devaient être la représentation d'une scène réelle. Petit à petit, l'organisation picturale va évoluer, la surface de la toile va devenir un plan transparent que le regard traverse pour plonger dans un nouvel espace, un nouvel univers. Les chefs de file de cette nouvelle tendance furent Cimabue (environ 1240-1302), Cavallini (environ 1250-1330), Duccio (1255-1318) et Giotto (1266-1337). Pour donner de la profondeur à leurs tableaux, ces peintres ont représenté des scènes emboîtées dans des structures architecturales. De plus les droites parallèles et symétriques par rapport au centre du tableau se rencontrent sur une verticale passant par le centre. Ce type de perspective a été appelé *perspective verticale*. Les oeuvres de Giotto témoignent d'une recherche en ce sens, il peignait avec l'intention de reproduire les perceptions visuelles et les relations spatiales. Ses peintures produisent un peu l'effet de photographies, les personnages possèdent masse, volume et vitalité, sont regroupés sans se fondre et sont interreliés.

GIOTTO



La Cène



La Pentecôte

La Pentecôte, tout comme la Cène, sont des fresques de la chapelle de l'Arena à Padoue. Les murs de cette chapelle sont entièrement recouverts de fresques peintes par Giotto et qui racontent la vie de la Vierge et du Christ. La production de ces fresques a débuté en 1308.

DUCCIO DI BUONINSEGNA



Entrée à Jérusalem

Cette œuvre a été peinte au dos de la Maestà (Vierge en Majesté) de Duccio, commandée en 1308 pour la Cathédrale de Sienne. Cet ouvrage illustre bien que la représentation de scènes extérieures à grand déploiement n'était pas chose facile. Même les éléments architecturaux n'ont aucune cohésion.

DEUXIÈME PARTIE DU QUATORZIÈME SIÈCLE

Il y eut peu de progrès dans le domaine de la perspective durant la deuxième moitié du quatorzième siècle, car la peste noire faisait rage en Europe et décimait la population. Au quinzième siècle, les traductions d'œuvres grecques furent de plus en plus nombreuses. Les idéaux grecs furent mieux connus et firent l'objet de discussions enthousiastes. Les artistes cherchaient à donner le plus de réalisme possible à leurs peintures. L'image devait être conforme à la réalité telle que perçue par les sens. Ils étaient influencés par la doctrine grecque selon laquelle les mathématiques constituent l'essence du monde réel. Les artistes voulaient découvrir les lois mathématiques régissant l'organisation et la disposition des objets dans l'espace et la structure de l'espace. C'est l'architecte et sculpteur Brunelleschi qui a découvert le principe qui a permis aux peintres d'atteindre leur objectif, principe qui a permis de développer le système de perspective focale. Les recherches basées sur ce principe ont été poursuivies et rédigées par le peintre et architecte Leone Battista Alberti (1404-1472).

Le principe découvert par Brunelleschi est le suivant : supposons que l'on place un écran de verre entre la scène à peindre et l'œil du peintre et que l'on trace les droites suivies par la lumière, c'est-à-dire les droites allant de l'œil aux différents points de la scène. Cet ensemble de droites est appelé une *projection*. Chaque droite perce l'écran de verre en un point, l'image formée par ces points s'appelle une *section*. La découverte fondamentale des peintres de la Renaissance est que cette section fait sur l'œil le même effet que la scène elle-même car ce que l'œil perçoit c'est la lumière se

déplaçant en ligne droite de chaque point de l'objet jusqu'à l'œil et si la lumière émane de cet écran de verre et suit les mêmes droites, elle causera la même impression. Cette section bidimensionnelle est donc ce que l'artiste doit représenter sur sa toile pour créer sur l'œil une impression conforme à la réalité.

DÜRER

Le peintre et graveur Albrecht Dürer (1471-1528) était un passionné de perspective, c'est lors de voyages en Italie qu'il s'adonna à l'étude de celle-ci. Il a rédigé un ouvrage sur le sujet qu'il a illustré de gravures.



Le dessinateur de l'homme assis

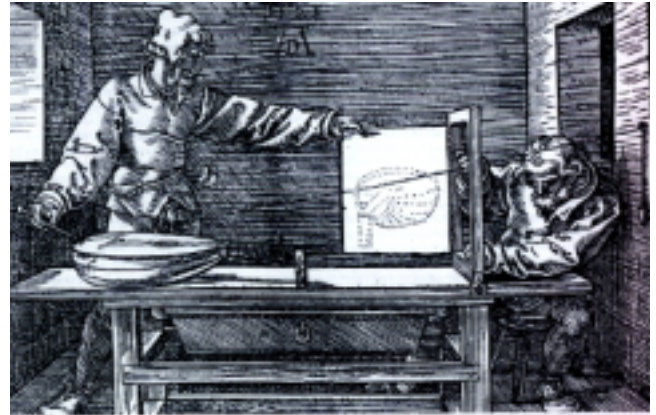
Dans le dessinateur de l'homme assis, le peintre reporte sur l'écran transparent les points de rencontre des droites allant de son œil aux différents points de la scène à peindre.



Le dessinateur de la femme couchée

Dans le dessinateur de la femme couchée, le peintre, à partir d'un point fixe, regarde la scène au-travers d'un écran de verre grillagé et reporte sur un papier quadrillé

les points d'intersection des droites allant de son œil à la scène avec l'écran de verre.



Le dessinateur du luth

Dans le dessinateur du luth, le peintre montre l'image laissée sur l'écran de verre.



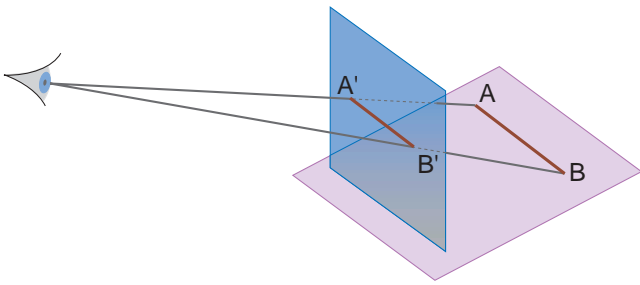
Le dessinateur de la cruche

Dans le dessinateur de la cruche, le peintre utilise un viseur fixé en un point sur le mur pour déterminer sur l'écran les points qui constitueront la section.

AXIOMES ET THÉORÈMES

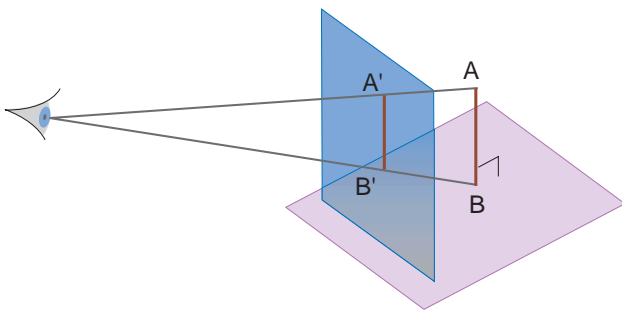
Le principe de l'écran de verre est très intéressant, mais il manque de souplesse. Pour pouvoir représenter des scènes sans avoir utilisé un écran de verre ou pour représenter une scène purement imaginaire les artistes ont procédé de façon mathématique, c'est-à-dire qu'ils ont démontré des théorèmes donnant les propriétés des sections. Les trois peintres qui ont développé et perfectionné l'aspect mathématique de la perspective sont Paolo Ucello (1397-1473), Piero della Francesca (1416-1492) et Leonardo da Vinci (1452-1519). Les figures suivantes illustrent quelques-uns des résultats ainsi obtenus.

AXIOME 1



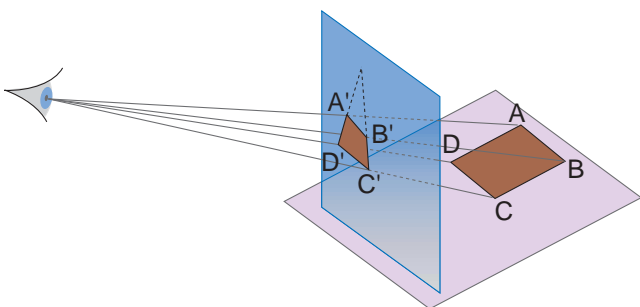
L'image d'une droite horizontale et parallèle à l'écran est une droite horizontale.

AXIOME 2



L'image d'une droite verticale et parallèle à l'écran est une droite verticale .

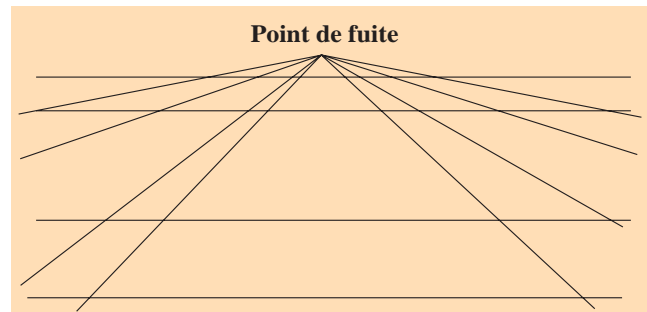
THÉORÈME 1



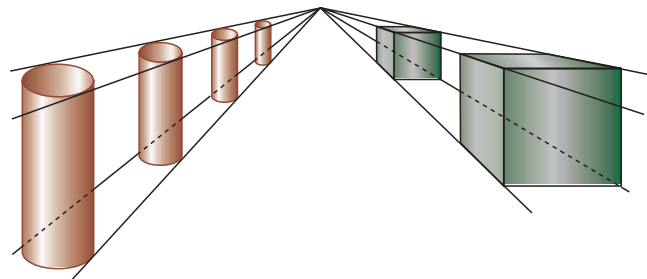
Les images de deux droites parallèles et perpendiculaires à l'écran sont des droites convergentes en un point de l'écran.

Les peintres ont ainsi démontré plusieurs propriétés à partir du principe de Brunelleschi. Ces propriétés qui constituent l'essence de la perspective focale ont été utilisées par les peintres de la Renaissance ce qui leur a permis d'atteindre leur but, représenter des scènes conformes à la réalité. Elle ont permis également de créer l'unité des différentes parties du tableau. La surface du tableau est devenu un plan transparent que traverse le regard pour plonger dans un nouvel espace dont la structure est la même que l'espace réel.

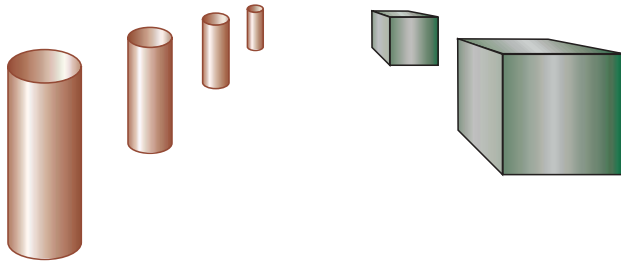
Grâce à ces axiomes et ce théorème, le peintre peut se dispenser de l'écran de verre. Les droites horizontales et parallèles au plan de la toile sont représentées horizontalement sur la toile alors que les verticales sont représentées verticalement. Par le théorème, les droites qui, dans la scène, sont perpendiculaires à l'écran doivent converger en un point de l'écran. On obtient alors une perspective focale avec un point de fuite.



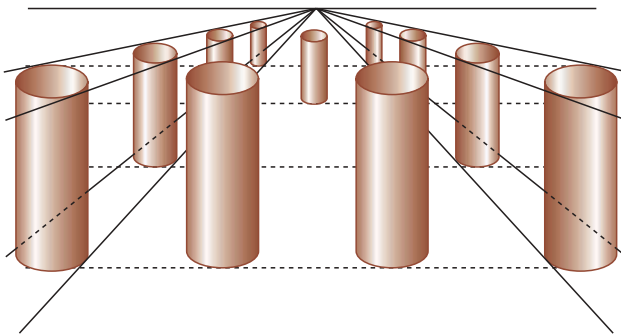
Ces droites vont permettre au peintre de gérer adéquatement les dimensions des objets et des personnages selon qu'ils sont à l'avant-plan ou à l'arrière-scène.



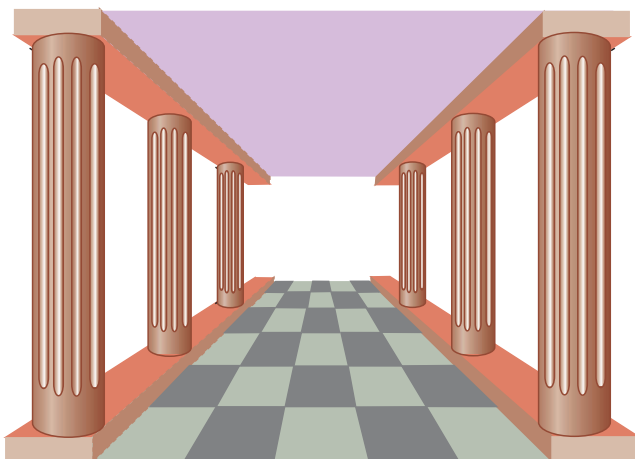
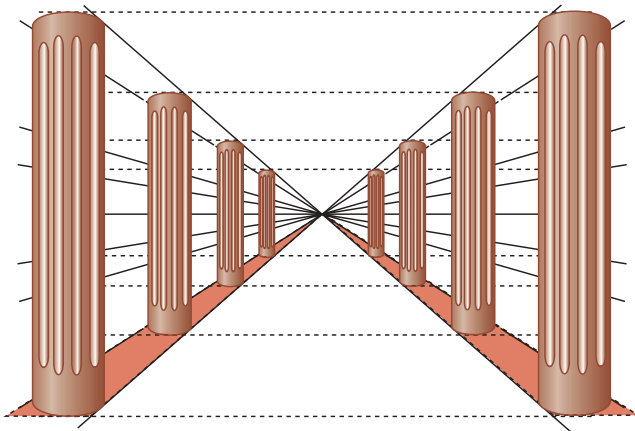
Il obtient ainsi une représentation qui crée l'illusion de la dispersion des volumes dans l'espace. La scène perçue crée sur l'œil le même effet qu'une scène réelle.



Les objets ne semblent plus empilés mais distribués dans l'espace, les uns devant, les autres derrière.



Il est désormais possible de représenter des structures architecturales qui créent l'illusion de la profondeur.



LÉONARD DE VINCI



Étude pour l'adoration des mages

DÜRER



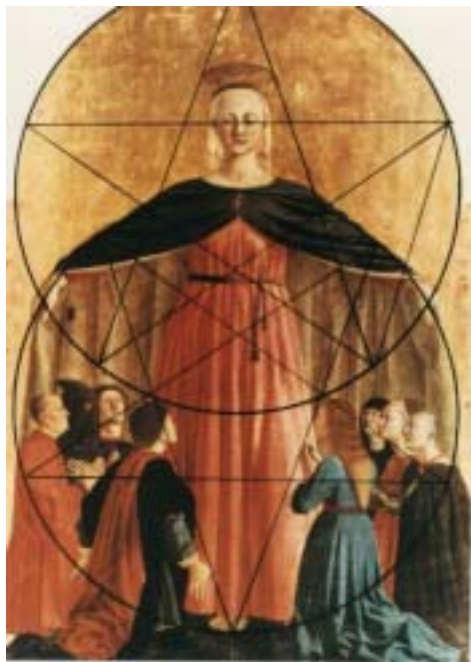
Saint Jérôme dans sa cellule

Dans cette œuvre, Dürer utilise les axiome et le théorème dans l'organisation de la scène. Les droites horizontales et parallèles au plan du tableau sont représentées horizontalement dans le tableau. Les droites parallèles et perpendiculaires au plan du tableau convergent dans le tableau. Le point de fuite est utilisé pour attirer le regard au fond du tableau.

PIERO DELLA FRANCESCA

Fervent géomètre, Piero della Francesca a réalisé des œuvres utilisant le nombre d'or et d'autres en ayant recours à la perspective.

Dans la Vierge de la miséricorde, les pentagones étoilés sont utilisés dans l'organisation globale de la peinture. Les cercles définissent trois zones. Dans la zone supérieure, on retrouve la tête et les bras de la Vierge. Dans la zone centrale, le tronc de la Vierge et dans la zone inférieure, les pénitents.



Vierge de la miséricorde



Baptême du Christ

Dans cette œuvre, le peintre utilise les pentagones étoilés pour l'organisation globale de sa peinture. La figure du Christ s'encadre dans les pointes de pentagones étoilés. La position des bras de Saint Jean Baptiste, la position de la colombe sont déterminés par les côtés et la pointe du pentagone.



La flagellation

Dans cette œuvre, on remarque l'utilisation des axiomes et du théorème dans l'organisation de la scène.

RAPHAËL

Dans les trois tableaux suivants, Raphaël utilise le même processus pour suggérer la profondeur, le premier plan est défini par une structure architecturale. Le regard plonge dans l'ouverture de cette structure percevant ainsi la tridimensionalité du tableau.



L'école d'Athènes



Héliodore chassé du temple

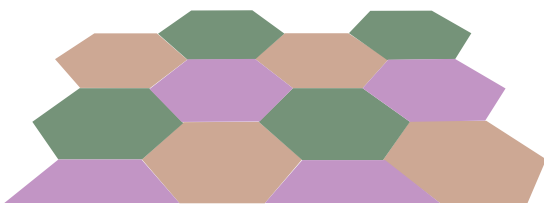
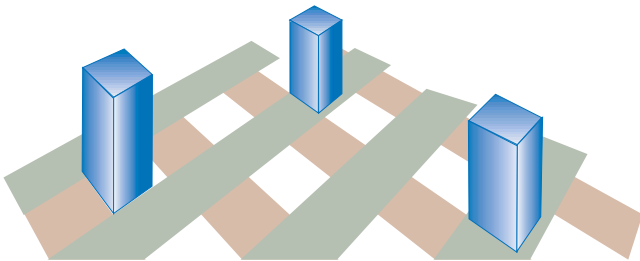
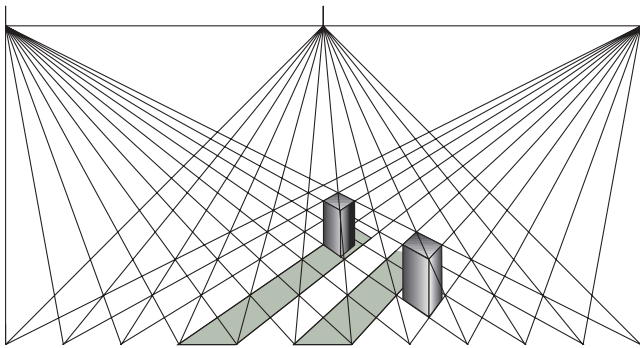


Le mariage de la vierge

Dans *Héliodore chassé du temple*, Raphaël utilise un carrelage hexagonal pour son plancher. Dans l'œuvre ci-contre, le temple à l'arrière-scène est polygonal. Les deux axiomes et le théorème présentés ne sont pas suffisant pour représenter de telles formes.

LIGNE D'HORIZON (THÉORÈME)

Les images de deux droites parallèles et faisant un angle avec l'écran sont des droites convergentes en un point de l'écran situé sur la ligne d'horizon.



DALI

Dans ces tableaux de Dali, la structure architecturale construite suivant les principes de la perspective accentue la profondeur du tableau. On remarque l'oeuf sus-

pendu à une coquille qui est une référence à un détail de la Vierge de Piero della Francesca.



Crucifixion

Dans la *Crucifixion*, Dalí représente la croix par huit cubes et situe son point de fuite à l'extérieur et à droite du tableau. L'ombre des bras sur ces cubes ajoute à la dimension dramatique de l'œuvre.



La madone de Port Lligat

Dans cette étude pour la Madone de Port Lligat, les lignes de fuite convergent vers l'œil droit de la Vierge.

ILLUSTRATION DE WILLIAM HOGARTH

Couverture d'un traité sur la perspective

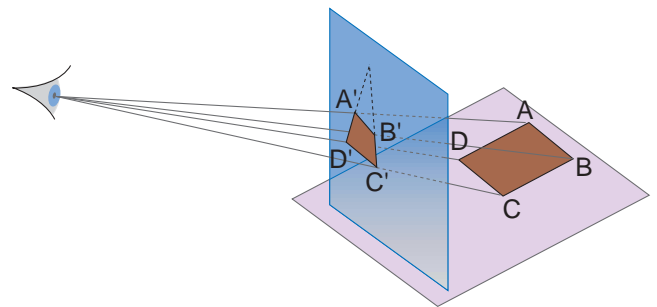


Cette illustration pour la page couverture d'un traité sur la perspective illustre par la caricature certaines des incohérences que peut donner un non respect des règles de perspective. Par exemple, l'enseigne de l'auberge à l'avant-plan est cachée par les arbres à l'arrière-scène alors que la femme à la fenêtre allume de sa bougie la pipe du promeneur sur la colline.

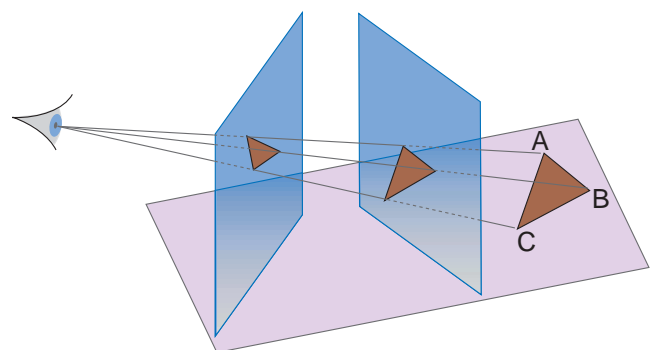
GÉOMÉTRIE PROJECTIVE

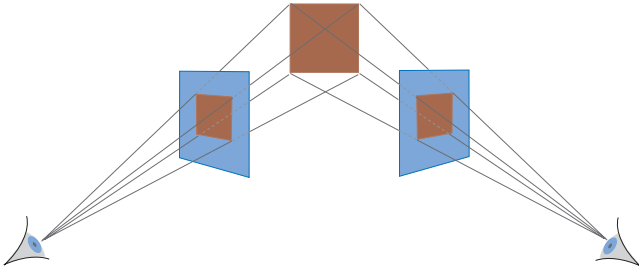
Les notions de projection et de section soulèvent un problème géométrique important que l'on peut résumer en deux questions :

Quelles sont les propriétés communes à une figure géométrique et à une section d'une projection de cette figure?



Quelles sont les propriétés géométriques communes à deux sections d'une même projection ou de projections différentes d'une même figure?





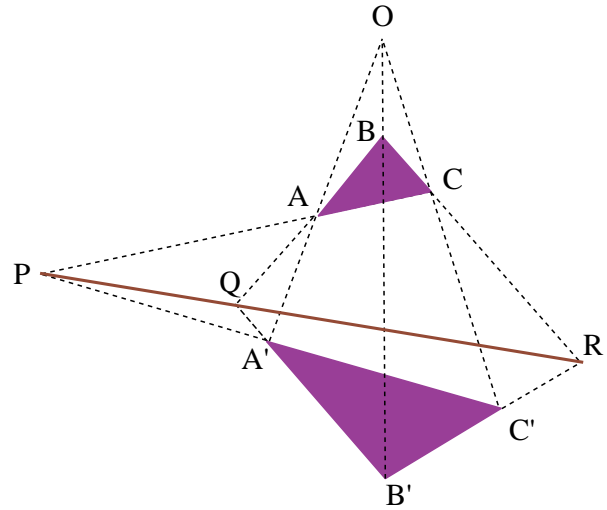
Ce sont les questions fondamentales de la géométrie projective qui a été inventée par Gérard Desargues .



Gérard Desargues (1593-1661)

Le traité de Desargues tomba rapidement dans l'oubli à cause principalement de l'avènement de la géométrie analytique qui était beaucoup plus facile à maîtriser et qui draina les énergies de plusieurs mathématiciens. Le théorème des deux triangles est l'un des théorèmes importants démontré par Desargues. Ce théorème s'énonce comme suit :

Si deux triangles, coplanaires ou non, sont disposés de telle sorte que les droites joignant leurs sommets sont concourantes, alors les points de rencontre des prolongements de leurs côtés sont colinéaires.



On remarquera que c'est une propriété de deux sections différentes d'une même projection.



Jean Victor Poncelet (1788-1867)

C'est Jean Victor Poncelet qui a donné la première approche systématique de la géométrie projective. Poncelet fut fait prisonnier et interné à Saratov durant la campagne de Russie. Pour ne pas sombrer dans la folie durant son internement, il occupa son esprit en s'adonnant à l'étude des mathématiques sans l'aide d'aucun livre et il prépara une profonde réforme de la géométrie. C'est en 1822 qu'il publia son *Traité des propriétés projectives des figures* dans lequel il utilise les notions de perspective et de section plane et procède à l'étude de diverses transformations géométriques et à l'utilisation systématique des éléments à l'infini et des éléments imaginaires.

GÉOMÉTRIE PROJECTIVE

Le principe de la perspective a également donné naissance à la géométrie descriptive qui est l'oeuvre de Gaspard Monge dont le traité publié en 1799 s'intitule *Géométrie descriptive*.

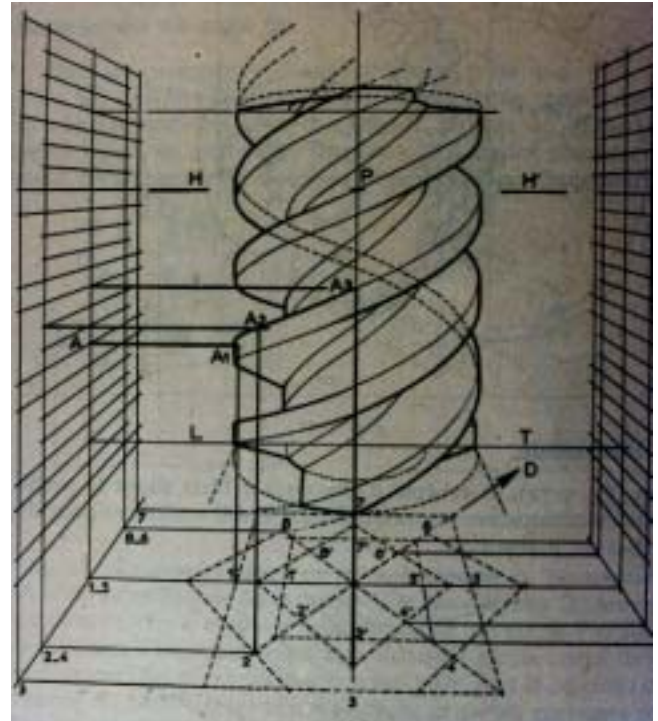


Gaspard Monge (1746-1818)

Selon Monge, la géométrie descriptive a deux objets principaux.

- *Représenter avec exactitude, sur des dessins qui n'ont que deux dimensions des objets qui en ont trois et qui sont susceptibles d'une définition rigoureuse.*
- *Déduire de la description exacte des corps tout ce qui suit nécessairement de leurs formes et de leurs positions respectives.*

La géométrie descriptive s'est révélé un instrument très important pour la description de composantes de machines, d'appareils et d'outils. Sans elle, il est impossible de faire les plans d'une machine ou d'un appareil.



PROJECTIONS EN CARTOGRAPHIE

Les projections sont également utilisées en cartographie. Les figures qui suivent illustrent différentes façons de concevoir une carte géographique par projection.

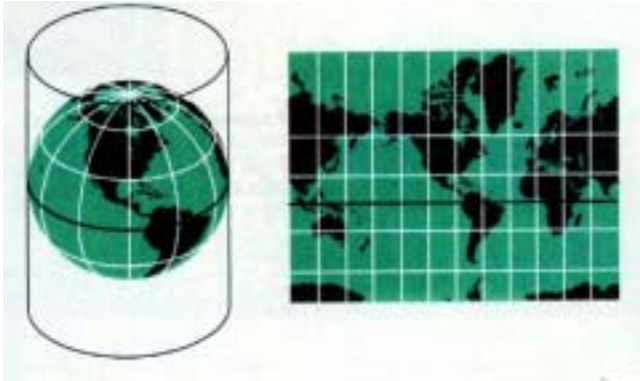


Gérardus Mercator (1512-1594)

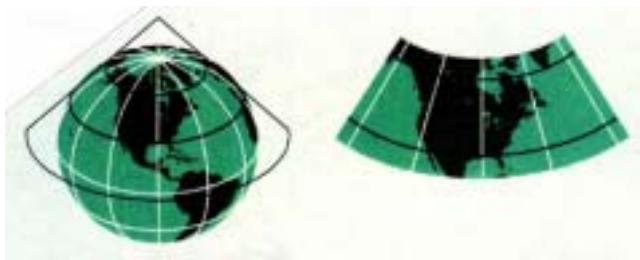
Le mathématicien et géographe Gérardus Mercator, fondateur de la cartographie mathématique moderne

réalisa une représentation plane de la terre par projection sur une surface cylindrique tangente à l'équateur sphérique et dont les longitudes sont représentées par des droites parallèles équidistantes et les latitudes par des droites parallèles perpendiculaires au méridien. Cette représentation est utilisée en navigation maritime et aérienne jusqu'aux latitudes de 60° .

PROJECTION CYLINDRIQUE

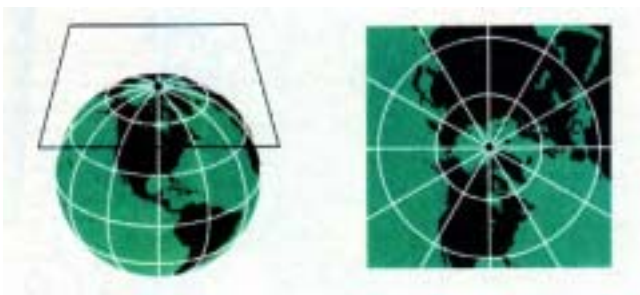


PROJECTION CONIQUE



Une projection conique est réalisée par projection sur un cône dont le sommet est à la verticale du pôle. Ce type de projection est intéressante pour les régions de latitude moyenne.

PROJECTION AZIMUTALE



Une projection azimutale est obtenue en projetant le globe sur un plan tangent au globe.

CONCLUSION

Les recherches que les peintres ont effectuées ont permis le développement d'un langage visuel qui est une composante fondamentale de la culture et de la technologie moderne. Ce langage visuel comme tout langage est indissociable de la perception. La qualité de nos perceptions des formes et des images dépend de notre maîtrise du langage des formes et de leur représentation. Tout comme notre perception des idées et des concepts dépend de notre maîtrise du langage utilisé pour exprimer et décrire ces idées et ces concepts, que ce soit en mathématiques, en philosophie, en littérature, en physique ou dans les arts. La connaissance est indissociable de l'acquisition et de la maîtrise du langage véhiculant la connaissance.

Les peintres ont fondé une nouvelle géométrie basée sur le sens de la vue alors que la géométrie euclidienne était basée sur le sens du toucher. Ainsi, pour Euclide, la règle permet de tracer des droites parallèles que l'on peut prolonger indéfiniment et de façon continue. Visuellement, de telles droites semblent se rencontrer lorsqu'on les prolonge. Selon Euclide, des figures égales sont superposables. Dans les théorèmes sur les égalités de triangles, il fallait les manipuler par la pensée pour superposer les éléments égaux des triangles et vérifier que les autres éléments se superposaient également. Cependant, des sections différentes peuvent, visuellement, donner la même image sans être superposables.

La représentation des scènes du drame chrétien de façon à créer su l'œil la même impression que l'observation d'une scène réelle a eu une autre conséquence. Elle a préparé les esprits à accepter l'idée que les mêmes lois physiques sont à l'œuvre dans les cieux et sur terre.

Les premiers jalons menant au rejet de la distinction aristotélicienne du monde supra-lunaire parfait et immuable et du monde sublunaire imparfait et corruptible ont été posés par les peintres. Copernic, Kepler, Galilée et Newton poseront les jalons suivants.

EXERCICES : PERSPECTIVE

1. Trouver et photocopier un exemple de peinture de type conceptuel (ne pas utiliser les illustrations présentées dans ce texte). Donner la source et l'auteur. Décrire dans un texte d'une demi-page les incohérences de l'image.
2. Trouver et photocopier un exemple de peinture dont l'organisation est fondée sur les principes de la perspective focale (ne pas utiliser les illustrations présentées dans ce texte). Représenter sur cette photocopie quelques-unes des droites horizontales, verticales et perpendiculaires au plan du tableau. Donner la source et l'auteur. Déterminer le point de fuite.
3. Faire un dessin comportant des formes géométriques simples, cubes, cylindres, parallélépipèdes. Ces formes doivent être disposées dans l'espace du dessin en utilisant la perspective focale avec ligne d'horizon (voir illustrations pages 47 et 50).