

ALEXANDRIE

PAR ANDRÉ ROSS
 PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES
 CÉGEP DE LÉVIS-LAUZON

En ~352, Philippe II de Macédoine, qui est une province au nord d'Athènes et à l'extérieur de la sphère culturelle grecque, commence la conquête du monde. En ~338 il défait les armées athéniennes et en ~336 son fils, Alexandre le Grand, prend la tête des armées macédoniennes et complète la conquête de la Grèce. Il fait ensuite la conquête de l'Égypte, de l'Asie jusqu'aux Indes et de l'Afrique jusqu'aux cataractes du Nil. Il choisit un site en Égypte pour y fonder la capitale de son empire et donne à cette ville le nom d'Alexandrie. Il établit des plans pour ériger et peupler la cité qui va devenir le centre du monde hellénistique et sera, 700 ans plus tard, encore appelée la plus noble des cités.

Alexandre, homme très cosmopolite, cherche à briser les barrières raciales et religieuses. Ainsi, il encourage et invite des représentants de tous les coins de son empire à s'installer dans la capitale. Ils y viennent nombreux, Grecs, Égyptiens, Juifs, Romains, Éthiopiens, Arabes, Indiens, Persans, et Africains. À cette époque la culture perse est florissante et Alexandre fait des efforts spéciaux pour fusionner les cultures grecque et persane. Lui-même épouse Statira, la fille de Darius, en 325 avant Jésus-Christ et force 100 de ses généraux et 10,000 de ses soldats à épouser des Persanes. Après sa mort on retrouvera des ordres écrits prévoyant le transport de grands groupes d'Asiatiques vers l'Europe et vice versa.

Alexandre meurt alors qu'il était à reconstruire le monde et son empire se divise en trois parties. De ces trois parties de l'empire, c'est l'Égypte qui a fait le plus de progrès dans le domaine des mathématiques. Alexandre avait choisi le site idéal pour sa capitale. Située à la rencontre de l'Asie, de l'Afrique et de l'Europe, elle devient le centre du commerce, ce qui apporte beaucoup de richesses à la cité. Les successeurs d'Alexandre à la tête de l'Égypte, qui se donnent le titre de Ptolémée, apprécient la grandeur de la culture grecque

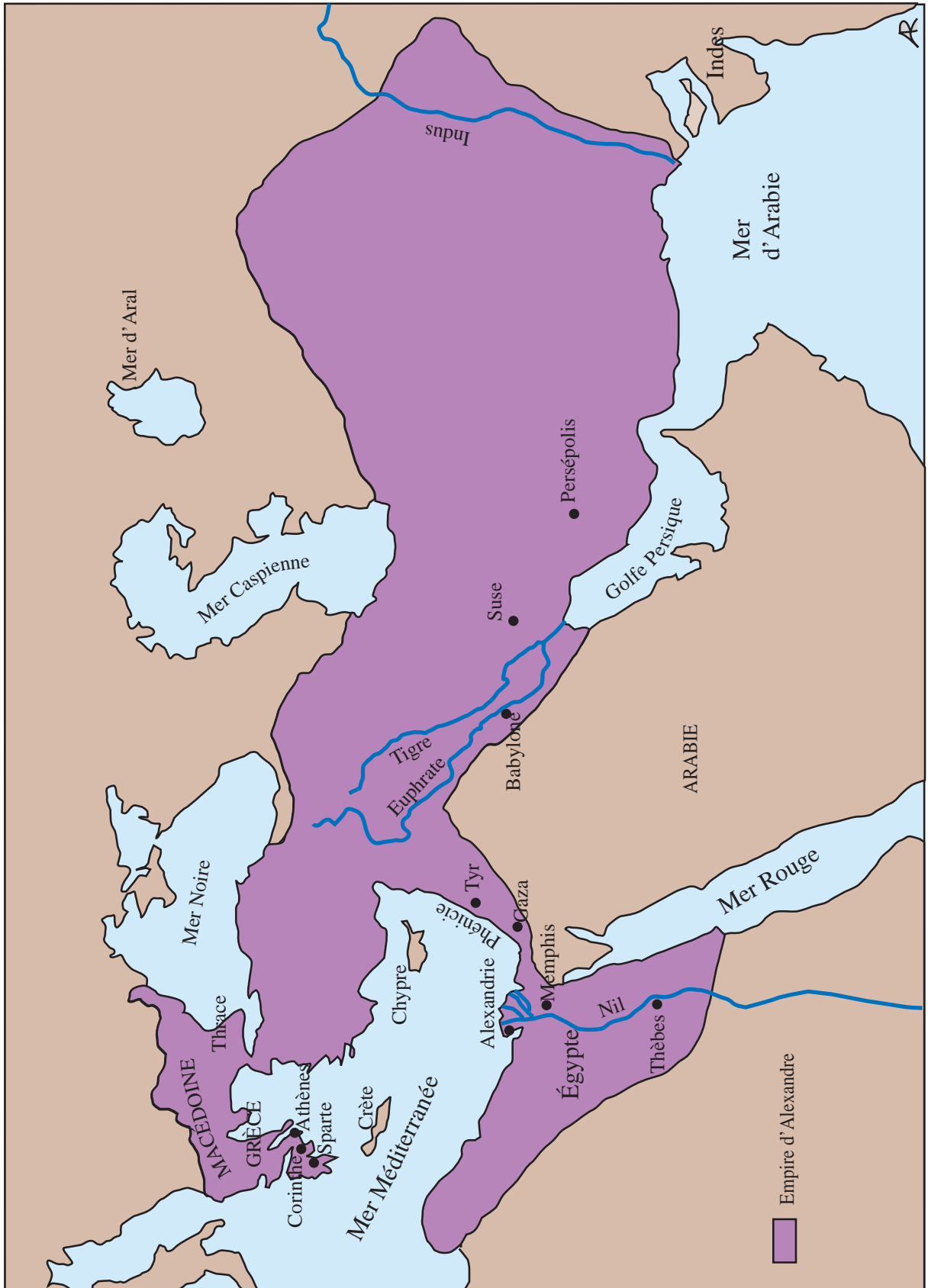
classique et décident de faire d'Alexandrie un grand centre culturel. Sous leur direction une partie des richesses est utilisée pour embellir la cité et construire de splendides édifices, des bains, des parcs, des théâtres, des temples, des librairies et un conservatoire des archives nationales. Ils érigent également un édifice à la gloire des Muses de la littérature, des arts et des sciences, appelé le Musée, et construisent une grande bibliothèque adjacente au Musée pour conserver les manuscrits. À son apogée cette bibliothèque est supposée avoir contenu 750 000 livres, plus précisément des rouleaux de papyrus, une quantité énorme si l'on tient compte du fait qu'à cette époque les livres étaient écrits et reproduits à la main.

Les Ptolémées invitent des savants de tous les coins du monde à venir travailler à Alexandrie et ils subventionnent ces savants. De grands savants comme Euclide et Ératosthène ont vécu et travaillé dans ce centre. D'autres, comme Apollonius y recevront leur éducation. Ces hommes venant de tous les coins du monde apportent des connaissances sur leur pays, sa faune, sa flore et les gens qui y vivaient. Tous ces apports contribuèrent à faire d'Alexandrie une cité cosmopolite. Les savants se mirent au travail en mathématiques, science, philosophie, astronomie, histoire, médecine, jurisprudence, histoire naturelle, poésie et en littérature. Heureusement le papyrus égyptien, moins dispendieux que le parchemin, était disponible et de nombreux livres purent être non seulement écrits mais recopiés. Alexandrie devint le centre du commerce de retranscription des volumes du monde antique.

Les savants ne se contentèrent pas de créer et d'écrire, ils organisèrent des expéditions partout dans le monde pour rassembler toutes les connaissances de l'époque. À Alexandrie, ils construisirent un énorme jardin zoologique et un jardin botanique pour abriter les espèces animales et végétales rapportées de leurs expéditions. Alexandre voulait fusionner les cultures dans son nou-



CARTE DE L'EMPIRE D'ALEXANDRE



vel empire et à Alexandrie son rêve fut réalisé. La culture qui s'y développa fut évidemment différente de la culture grecque classique et ce pour des raisons qui nous intéressent car ces raisons eurent une influence sur les mathématiques et elles expliquent la sorte de mathématiques produites à Alexandrie. Premièrement, la ségrégation marquée qui existait entre les hommes libres et les esclaves à Athènes, fut abolie. Les savants vinrent de toutes les parties du monde et de tous les niveaux économiques et s'intéressèrent aux problèmes scientifiques, économiques et techniques que posaient le commerce, l'industrie, l'ingénierie et la navigation.

Même si Athènes était avant tout une puissance maritime et vivait du commerce, la navigation et le commerce à Alexandrie étaient beaucoup plus importants et se faisaient avec des contrées beaucoup plus éloignées. C'est pourquoi ils eurent un intérêt marqué pour l'astronomie et la géographie, les sujets permettant à l'homme de dire l'heure, de naviguer sur terre et sur mer, de construire des routes et de déterminer les frontières de l'empire. Les hommes libres engagés dans le commerce étaient naturellement plus intéressés aux matériaux, aux méthodes de production et à de nouvelles aventures. Finalement, même si le noyau de savants rassemblés à Alexandrie était constitué par des Grecs, ces savants étaient exposés à l'influence de la pensée égyptienne pratique qui considérait les mathématiques selon l'utilisation qui en était faite dans l'Égypte ancienne, c'est-à-dire un outil pour l'ingénierie, le commerce et l'administration d'état.

Les résultats de ce nouveau point de vue et de ces intérêts sont facilement discernables. Premièrement, il y eut un grand développement de techniques mécaniques qui aidèrent l'homme dans son travail. On forma même des écoles d'apprentissage de la mécanique. On inventa les poulies, les leviers, les palans, les systèmes d'engrenage et des instruments pour mesurer la distance comme on en trouve dans l'automobile moderne. Archimède, le plus grand intellectuel du monde alexandrin, construisit un planétarium

qui reproduisait les mouvements des corps célestes et conçut un système pour pomper l'eau. Il utilisa des poulies pour le lancement d'une lourde galère construite pour le roi Hiéron de Syracuse. Des instruments pour augmenter la précision des mesures en astronomie furent inventés.

Une autre science dont les fondements remontent à Alexandrie est celle de l'étude des gaz. Les Alexandrins, en particulier Héron (vers le premier siècle après Jésus-Christ), mathématicien et ingénieur fameux, apprit que la vapeur obtenue en chauffant de l'eau cherche à prendre de l'expansion et que l'air comprimé pouvait exercer une force. Héron fit plusieurs inventions utilisant ces forces. Des portes de temples s'ouvrant automatiquement lorsqu'on déposait une pièce de monnaie. A l'intérieur du temple une autre machine, en échange d'une pièce de monnaie, bénissait le donateur en l'aspergeant d'eau bénie. Des feux sous les autels créaient de la vapeur et l'audience mystifiée et stupéfaite voyait des dieux lever les bras pour bénir leurs adorateurs, des dieux versant des larmes et des statues servant à boire. Des colombes montaient et descendaient, actionnées par la force invisible de la vapeur. Des fusils, semblables aux jouets d'aujourd'hui, fonctionnaient à air comprimé. La puissance de la vapeur était utilisée pour actionner des mécanismes sur des chars lors de la parade religieuse annuelle dans les rues d'Alexandrie.

Les Alexandrins étudièrent également la puissance de l'eau et l'utilisèrent. Ils inventèrent des horloges mues par l'eau (utilisées durant les procès pour limiter le temps alloué aux avocats), des fontaines avec des personnages qui se déplaçaient sous la pression de l'eau, des pompes pour amener l'eau des puits dans des citernes, des instruments musicaux actionnés par la pression de l'eau et des systèmes d'arrosage basés sur le même principe que celui des arrosoirs dont on se sert pour les pelouses de nos jours.

L'étude des sons et de la lumière s'intensifia. Nous avons déjà mentionné les travaux d'Euclide et d'Apollonius sur la réflexion de la lumière par des

miroirs. Des livres en optique furent écrits non seulement par Euclide et Apollonius, mais également par Héron, l'astronome Ptolémée et par d'autres. En fait, les Alexandrins furent les premiers à s'intéresser à un deuxième phénomène de base de la lumière, la réfraction dont nous parlerons dans le présent chapitre.

Des techniques chimiques et médicales, à défaut d'une science de la chimie, furent développées. Les Égyptiens avaient déjà acquis des connaissances dans ces domaines comme en témoignent leurs techniques d'embaumement. Cependant, des études en métallurgie et le premier livre sur le sujet, des recherches en chimie entre autres sur les poisons et leurs utilisations, étaient essentiellement de nouveaux développements. La dissection des corps, défendue dans la Grèce classique, était permise et le monde alexandrin a produit les débuts de l'anatomie et le plus fameux médecin de l'Antiquité, Galien.

Où se situaient les mathématiques dans cet ensemble de connaissances. Les Grecs apportèrent à Alexandrie une mathématique pleinement formée et orientée philosophiquement et non pas orientée en fonction des problèmes pratiques. Même si les grands mathématiciens alexandrins continuèrent à développer le génie grec pour la théorie et l'abstraction, ils y ajoutèrent un intérêt pour les problèmes pratiques. Aux intérêts des grecs classiques pour les propriétés qualitatives telle la congruence, les Alexandrins ajoutèrent un thème nouveau, les résultats quantitatifs qui sont très utiles dans plusieurs situations.

Pour illustrer la fusion des préoccupations anciennes et nouvelles, nous pourrions mentionner que même si chronologiquement Euclide appartient à la période alexandrine, ses travaux mathématiques sont pour l'essentiel une reformulation des travaux de la période classique. Ainsi, Euclide nous dit, par exemple, que le rapport de l'aire d'un cercle au carré de son rayon est le même pour tous les cercles. Symboliquement, si A est l'aire d'un cercle quelconque de rayon r , alors

$$A/r^2 = k$$

où k est le même nombre pour tous les cercles. Supposons maintenant que l'on veuille trouver l'aire d'un

cercle particulier. Le théorème d'Euclide nous aide-t-il ? Pas directement. Nous savons à partir de l'équation précédente que pour tout cercle

$$A = kr^2$$

où k est une constante. Mais quelle est la valeur de k ? Cette quantité que nous représentons habituellement par π est un nombre irrationnel. Il n'est pas facile à calculer et, parce qu'il est irrationnel, ne peut être exprimé qu'approximativement sous la forme d'une suite décimale. Une des plus grandes réussites d'Archimède qui illustre l'intérêt pour les connaissances quantitatives, est le fait d'avoir déterminé que k est un nombre compris entre $3 \frac{1}{7}$ et $3 \frac{10}{71}$. Cette réussite est d'autant plus remarquable que les Grecs alexandrins de même que les Grecs classiques n'avaient pas un système efficace pour écrire les nombres et effectuer les opérations.

En fait, Archimède (287-212 avant Jésus-Christ) est l'homme dont les travaux illustrent le mieux le caractère des mathématiques grecques alexandrines. Il détermina plusieurs formules pour les aires et les volumes de figures géométriques et ses résultats, contrairement à ceux d'Euclide et d'Apollonius, permettaient d'effectuer des calculs. Au même moment, Archimède partageait l'intérêt des Grecs classiques pour les preuves et les beaux résultats mathématiques. Dans ce domaine, il était particulièrement fier d'avoir prouvé que le rapport du volume d'une sphère inscrite dans un cylindre sur le volume du cylindre est égal à $\frac{2}{3}$.

Il prouva également que le rapport est le même dans le cas des aires de la sphère et du cylindre. Archimède était tellement heureux de ce résultat qu'il demanda qu'il soit gravé sur sa pierre tombale. Après qu'Archimède eut été tué par un soldat romain lors de la conquête de Syracuse, les Romains construisirent une tombe sur laquelle ils inscrivent ce théorème. C'est grâce à cette inscription que Cicéron a pu reconnaître la tombe lors d'une visite à Syracuse deux cents ans plus tard.

Même dans ses études physiques Archimède manifestait ses intérêts à la fois théoriques et pratiques. Il étudia les leviers qui avaient été utilisés déjà en Égypte et à Babylone durant des milliers d'années. Comme un

vrai Grec, il publia un texte scientifique « Du levier » sur le modèle de la géométrie euclidienne, c'est-à-dire qu'il posa des axiomes et prouva des théorèmes sur les leviers. Il fit la même chose sur les sujets des corps flottants et des centres de gravité de différentes surfaces et volumes. À ces réalisations, il faut ajouter ses inventions dont nous avons déjà parlé.

Les travaux de certains autres géants de la civilisation alexandrine illustrent également la fusion des intérêts théoriques et pratiques. Ératosthène (275-192 avant Jésus-Christ), directeur de la bibliothèque d'Alexandrie, se distingua en mathématiques, poésie, philologie, philosophie et histoire. Il fut le premier grand géodésiste et le premier à utiliser les mathématiques en géographie. Le calcul de la circonférence terrestre est une de ses grandes réalisations. Il rassembla et intégra toutes les connaissances géographiques disponibles, introduisit des méthodes d'arpentage, traça des cartes et compila toutes ces informations dans son *Geographica*.

Ératosthène était également un astronome. Il construisit de nouveaux instruments, fit plusieurs mesures en astronomie et parmi d'autres applications utilisa ses connaissances en astronomie pour améliorer le calendrier. Comme résultat de son travail, un vieux calendrier grec basé sur une année de douze mois de trente jours fut remplacé par l'année égyptienne de 365 jours auquel Ératosthène ajouta une journée supplémentaire à tous les quatre ans. Ce calendrier fut adopté par les Romains lorsque Jules César fit appel à Sosigène, un Alexandrin, pour réformer le calendrier. La contribution de Jules César consista à lui accorder gracieusement son nom. Le calendrier julien fut repris par le monde occidental avec la légère modification que nous omettons les années bissextiles séculaires sauf celles dont le millésime est divisible par 400.

Les travaux en géographie et en astronomie qui furent poussés plus loin par des hommes comme Strabo (63-15 avant Jésus-Christ), Poséidon (premier siècle avant Jésus-Christ) et d'autres, furent couronnés par les réalisations de deux des plus grands Alexandrins, Hipparque et Ptolémée.

Hipparque (second siècle avant Jésus-Christ) au sujet duquel nous savons peu de choses, vécut à Rhodes, mais était en contact constant avec les développements à Alexandrie. Après avoir critiqué le *Geographica* d'Ératosthène, il raffina la méthode pour localiser des endroits sur la terre en employant systématiquement les latitudes et les longitudes. Il a amélioré les instruments d'astronomie et constaté des irrégularités dans le mouvement de la Lune, catalogué environ 1000 étoiles et estimé la longueur de l'année solaire à 365 jours, 5 heures et 55 minutes, c'est-à-dire une surestimation de 6,5 minutes. Une de ses grandes découvertes en astronomie fut la précession des équinoxes. Hipparque est le créateur de la plus fameuse est la plus utile des théories en astronomie de l'Antiquité, nous verrons un aperçu de cette théorie plus tard.

Les travaux nous sont connus en grande partie grâce aux écrits du mathématicien, astronome, géographe et cartographe Claude Ptolémée que l'on croit être Égyptien. Il vécut vers les années 100 à 173 après Jésus-Christ. Il n'a aucune parenté avec les Grecs qui dirigèrent l'Égypte après la mort d'Alexandre. Une de ses réalisations qui eut une grande influence fut son *Guide de la Géographie*, ou *Geographica* le grand ouvrage de l'Antiquité sur le sujet. Ce livre qui contient les latitudes et longitude de 8,000 endroits, presque tous les endroits connus du monde d'alors, comporte un estimé de la grandeur et des dimensions du monde habitable et des méthodes pour tracer des cartes. Ce livre est un résumé des connaissances géographiques de l'Antiquité et il devint l'atlas par excellence pour une période de plus de mille ans. L'oeuvre de Ptolémée en astronomie *La Collection Mathématique*, est beaucoup mieux connue de nos jours. Les Arabes l'appelaient *Al Megiste* (combinaison d'un mot arabe est d'un grec signifiant « le plus grand »). Ce titre est devenu depuis l'*Almageste*. Ce livre contient le développement complet de la théorie d'Hipparque et de Ptolémée en astronomie, généralement connue sous le nom de théorie ptolémaïque, qui domina l'astronomie jusque vers 1600 après Jésus-Christ, lorsqu'elle fut remplacée par les travaux de Copernic et Kepler.

