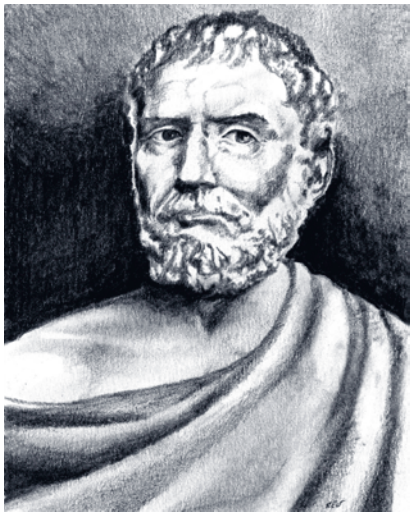
THALÈS DE MILET



Thalès est né vers 624 av. J.-C. à Milet, une colonie grecque d'Asie Mineure (voir carte page B-3) qui fait maintenant partie de la Turquie. Il est mort au même endroit vers 548 av. J.-C. Il est le premier philosophe et mathématicien grec connu. Aucun de ses ouvrages ne nous est parvenu et il est difficile de préciser avec certitude sa contribution aux mathématiques. Il est fréquent que les découvertes attribuées à un auteur grec le soient grâce aux commentaires d'auteurs ou aux écrits d'historiens de la même époque ou d'époques subséquentes. Thalès qui fut marchand durant la première partie de sa vie s'adonna aux voyages et à l'étude après avoir fait fortune. Au cours de ses voyages, il se familiarisa avec les mathématiques et l'astronomie égyptiennes et babyloniennes.

ASTRONOMIE

Dans les civilisations égyptienne et babylonienne, les scribes rattachés aux temples devaient noter et conserver toutes les observations faites tant sur Terre que dans les cieux. Ils ont ainsi accumulé un grand nombre d'observations qui leur permettaient, par exemple, de prédire le retour des saisons. Ils pouvaient indiquer le moment propice pour les semailles et les récoltes et prévoir le retour de phénomènes saisonniers. Ainsi, le retour de Sirius à l'horizon coïncidait avec les débordements du Nil. Les Égyptiens n'avaient aucun moyen de comprendre ce phénomène dû à la fonte des neiges dans les montagnes à la source du Nil, au cœur du continent africain. Comment expliquer un phénomène par la fonte des neiges lorsqu'on n'a jamais vu de neige ? Les prêtres pouvaient cependant prévoir le phénomène.

On attribue à Thalès la prédiction de l'éclipse de Soleil du 28 mai en 585 av. J.-C. Une telle prédiction, fondée sur les connaissances acquises des Égyptiens et des Babyloniens, ne signifie pas nécessairement qu'il comprenait le phénomène de l'éclipse. En réalité, les observations accumulées par les prêtres pendant des siècles avaient permis aux Babyloniens de découvrir qu'il y a 223 lunaisons entre deux éclipses de Soleil, une lunaison étant l'intervalle de temps entre deux pleines lunes.

GÉOMÉTRIE

On rapporte que Thalès apprit des Égyptiens comment mesurer la distance d'un navire en mer et comment mesurer la hauteur d'une pyramide à l'aide de l'ombre d'un bâton planté dans le sol.

DISTANCE D'UN NAVIRE EN MER

Il semble y avoir deux interprétations de la façon dont Thalès aurait pu procéder pour mesurer cette distance.

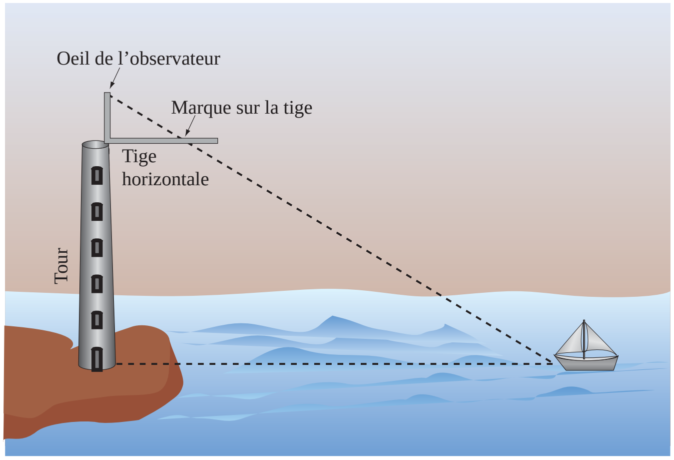
Première méthode

La première de ces méthodes est basée sur un théorème qui dans plusieurs ouvrages de géométrie moderne est appelé le *Théorème de Thalès*. Il s'énonce comme suit :

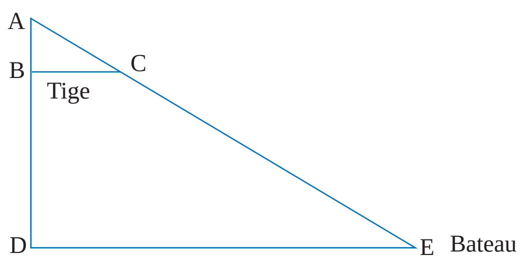
Théorème de Thalès

Toute droite tracée parallèlement à l'un des côtés d'un triangle détermine un nouveau triangle semblable au premier.

Selon cette première interprétation, il faut prendre une visée à l'aide d'un instrument analogue à une équerre et déterminer les marques de cette visée sur les bras de l'équerre.



Le rapport des longueurs des côtés des triangles semblables formés par l'équerre, la hauteur de la tour et la distance du bateau en mer.



Pour illustrer ce procédé avec des mesures et des notations modernes, supposons que la longueur AB est de 20 cm, BC de 80 cm et AD est de 130 m, on a alors :

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad \text{ou} \quad \overline{DE} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \times \overline{AD}$$

Avec les données suggérées, on a alors :

$$\overline{DE} = \frac{80}{20} \times 13\,000 = 52\ 000 \text{ cm ou } 520 \text{ m.}$$

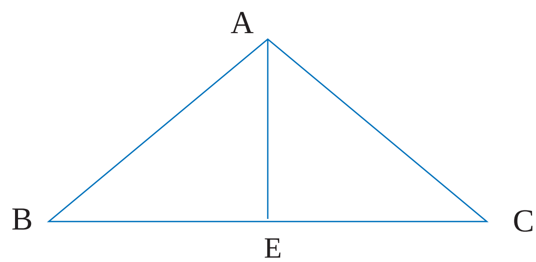
Cette méthode, si c'est celle utilisée par Thalès, est basée sur le fait que dans des triangles semblables les côtés homologues forment des proportions. De plus, la droite tracée parallèlement à un des côtés d'un triangle détermine un autre triangle semblable au premier.

Il n'est pas certain que ce que nous appelons le *Théorème de Thalès* avait été clairement énoncé par celui-ci. Cependant, si la méthode utilisée est celle qui vient d'être décrite, Thalès devait connaître les propriétés des triangles semblables et pouvoir les utiliser pour fins de calcul.

Deuxième méthode

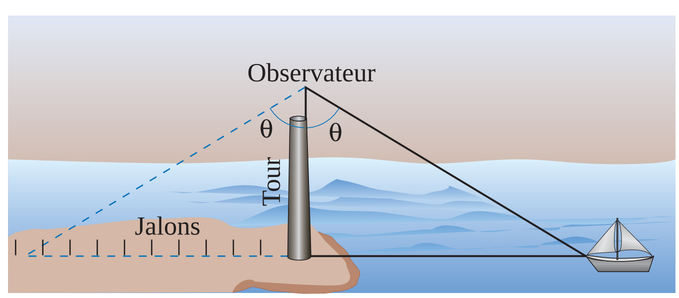
La deuxième méthode a recours à la construction d'un triangle isocèle. Un théorème de géométrie portant sur les triangles isocèles s'énonce comme suit :

> **Théorème**
>
> Dans tout triangle isocèle, la hauteur, la médiane, la médiatrice et la bissectrice issus du sommet opposé au troisième côté coïncident.



La médiane étant la droite qui joint le milieu du côté au sommet opposé, il suffit de pouvoir déterminer la demi-longueur du troisième côté pour connaître la distance du navire en mer. Pour utiliser cette deuxième méthode il faut faire une visée avec un instrument formé d'un quart de cercle et d'un fil à plomb. Ce type d'instrument était également utilisé pour l'observation des étoiles. Le fil à plomb sert à indiquer l'angle sur le quart de cercle.

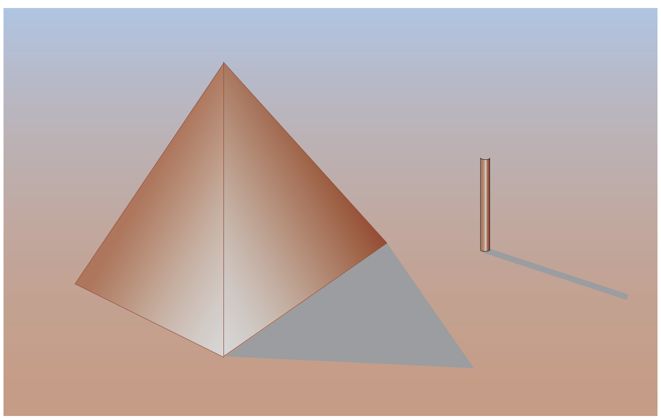
Après avoir déterminé l'angle de visée, l'observateur peut se retourner et déterminer sur la terre ferme, un point donnant le même angle de visée. La hauteur est alors la bissectrice du triangle isocèle ainsi formé et le pied de la hauteur est le point milieu de la base du triangle. La distance du pied de la tour au point sur terre ayant le même angle de visée est alors la distance du bateau en mer.

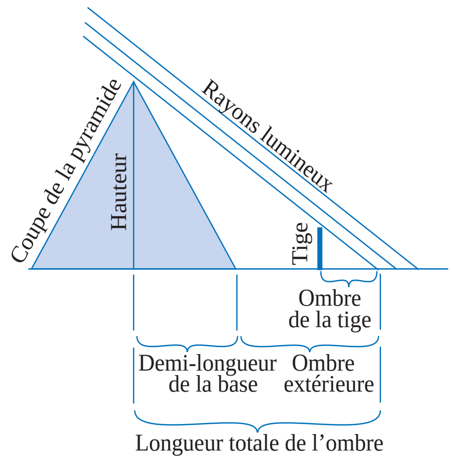


Pour éviter de mesurer chaque fois la distance terrestre, on peut poser des jalons à intervalles réguliers sur la terre ferme, ce qui constitue une règle graduée. Le report de l'angle de visée sur cette règle graduée permet alors d'estimer la distance du bateau en mer.

HAUTEUR DE LA GRANDE PYRAMIDE

La méthode pour mesurer la hauteur de la grande pyramide consiste à utiliser l'ombre d'une tige et l'ombre de la pyramide. La longueur des ombres et de la tige permettent de calculer la hauteur de la pyramide lorsque les rayons du Soleil sont perpendiculaires au côté de la base.





Le rapport de l'ombre de la tige et de sa longueur est le même que le rapport de l'ombre de la pyramide et de sa hauteur. Cependant, à cause de la forme de la pyramide, il n'est pas suffisant de mesurer la longueur de l'ombre pour connaître la hauteur.

Il faut également que les deux conditions suivantes soient satisfaites :

- la pyramide a une ombre qui déborde de sa base. Si l'angle d'élévation du Soleil est supérieur à l'angle d'inclinaison de la pyramide, celle-ci n'a pas d'ombre.
- les rayons du Soleil sont perpendiculaires au côté de la base. En effet, pour que la longueur de l'ombre soit la somme de la demi-longueur de la base et de l'ombre extérieure, il faut que les rayons du Soleil soient perpendiculaire à la base.

À la latitude de la grande pyramide, il n'y a que deux jours dans l'année où ces conditions sont satisfaites, ce sont le 21 novembre et le 20 janvier.

En appliquant la méthode, pour mesurer la hauteur de la grande pyramide, on utilise une tige en position verticale et cette tige est une droite tracée parallèlement à l'un des côtés du triangle formé par la hauteur, le sol et la droite joignant le sommet de la pyramide à l'extrémité de son ombre. Cette méthode peut donc être considérée comme une application du théorème de Thalès.

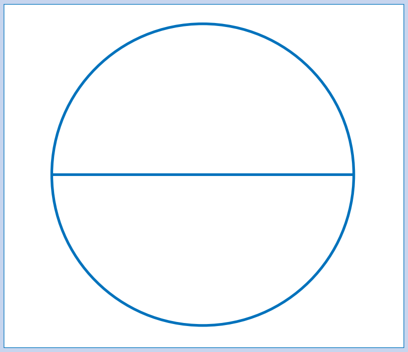
Ce qui est remarquable dans ces méthodes, et plus particulièrement celle de la mesure de la hauteur de la grande pyramide, c'est le fait que la résolution du problème fait appel à une représentation géométrique abstraite. La figure géométrique a une existence propre qui sert de support au raisonnement.

PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES

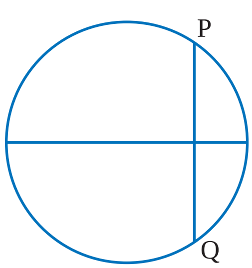
Thalès en vint à considérer les figures géométriques comme des formes abstraites qui ont une existence et des caractéristiques propres, ce qui lui permit de rechercher des propriétés générales de ces objets. Il est le premier savant auquel on attribue des découvertes mathématiques précises, ce sont les suivantes :

Proposition 1

Tout diamètre d'un cercle divise celui-ci en deux parties congrues.



Il est intéressant de remarquer la généralité de cet énoncé. Il ne s'agit pas de la propriété d'un diamètre particulier mais d'une propriété de *tous* les diamètres. Il n'est pas suffisant de tracer un cercle et un diamètre pour énoncer une telle propriété et il n'est pas suffisant de l'énoncer pour en convaincre un interlocuteur sceptique. Cependant, il n'est pas certain que Thalès ait vraiment démontré ce résultat. Si on consulte un ouvrage de géométrie moderne, on constate que la démonstration nécessite quelques définitions et démonstrations préalables. La démonstration consiste à considérer un diamètre et un point P quelconque de la circonférence, d'un côté du diamètre. On doit ensuite montrer qu'en abaissant une perpendiculaire au diamètre et en prolongeant cette perpendiculaire, on détermine un autre point Q sur la circonférence, mais de l'autre côté du diamètre.

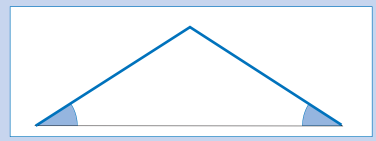


Pour garantir que ce point Q est unique, il faut montrer que d'un point hors d'une droite, on ne peut abaisser qu'une et une seule perpendiculaire à la droite. Il reste alors à montrer que le diamètre est la médiatrice du segment PQ, ce qui permet de conclure que P et Q sont à égale distance du diamètre. Puisque le raisonnement est valide pour tout point Q de la circonférence, on peut conclure que le diamètre bisecte le cercle.

Une autre raison qui fait douter du fait que Thalès ait présenté une démonstration de cette proposition est le fait qu'Euclide l'énonce dans la définition du diamètre d'un cercle et l'accepte sans démonstration.

Proposition 2

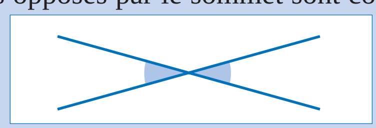
Les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux.



Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés égaux. Il faut partir de cette caractéristique pour démontrer que les angles opposés aux côtés égaux sont nécessairement égaux. Pour ce faire, il faut abaisser une hauteur sur le côté adjacent aux côtés égaux et montrer que celle-ci détermine deux triangles égaux. La démonstration nécessite donc une étude préalable des cas d'égalité des triangles rectangles.

Proposition 3

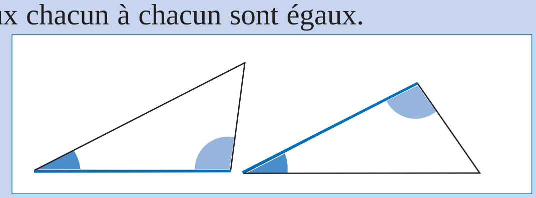
Les angles opposés par le sommet sont congrus.



Cela se démontre en utilisant le fait qu'un angle plan (dont les deux côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre) est égal à deux droits.

Proposition 4

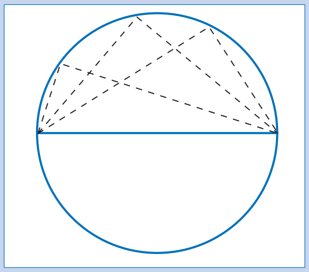
Deux triangles qui ont un côté égal et deux angles égaux chacun à chacun sont égaux.



C'est le premier cas d'égalité des triangles. Dans la géométrie grecque, des figures sont égales si elle ssont superposables. Il faut donc montrer que deux triangles qui ont un côté égal et deux angles égaux chacun à chacun sont superposables.

Proposition 5

Tout angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit.



Ce résultat est très général également. Il signifie qu'en joignant un point quelconque du demi-cercle aux extrémités d'un diamètre, on forme toujours un triangle rectangle dont l'hypoténuse est le diamètre du cercle. Pour démontrer ce résultat, il faut préalablement avoir défini que la mesure de l'angle au centre d'un cercle est égale à la mesure de l'arc intercepté et que dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés opposés sont égaux.

COSMOLOGIE

Thalès a été le premier à tenter d'expliquer les phénomènes par des causes naturelles. Pour lui, l'univers est intelligible, il est possible pour l'Homme d'expliquer les phénomènes naturels. Il a lui-même tenté d'expliquer certains phénomènes.

Une question qui vient naturellement lorsqu'on veut expliquer la nature est : « De quoi est constitué l'univers? » Pour Thalès, l'univers est constitué d'eau, l'eau est le principe (constituant) de toutes choses. Il est difficile d'expliquer avec certitude comment lui est venue une telle conviction. Il est cependant facile d'observer les effets bénéfiques de la pluie sur les végétaux. On croit que, lors d'un séjour en Égypte, il a été témoin du débordement du Nil qui laissait dans les champs un limon fertile et qui marquait l'éclosion de la vie dans la vallée. Il y a cependant d'autres observations qui peuvent donner à penser que tout est constitué d'eau. Ainsi, l'eau que l'on fait chauffer se transforme en vapeur. Il est possible qu'il ait considéré que l'eau se transformait en air en s'évaporant. De plus, les résidus au fond du récipient lorsque de l'eau peu limpide s'est évaporée peut laisser croire qu'une partie de l'eau s'est transformée en terre.

Thalès croyait que la Terre était plate et flottait sur une vaste étendue d'eau. Cela lui permettait, par exemple, de donner une explication des tremblements de terre ne faisant pas appel aux dieux. Tout comme un morceau de bois flottant à la surface de l'eau est secoué par les remous, la Terre peut subir les soubresauts de l'eau lorsque celle-ci est fortement secouée. Cette théorie cherche à expliquer les tremblements de terre par des plutôt que par la colère d'un dieu.

Les enseignements de Thalès ont été critiqués par ses concitoyens et par d'autres membres de ce que nous appelons l'École milésienne (ou ionique), formée de penseurs natifs de la région de Milet. Ainsi, compte tenu de l'antagonisme de l'eau et du feu, il est difficile de concilier l'existence du feu avec la théorie selon laquelle tout est constitué d'eau. La théorie de Thalès prête donc le flanc à la critique. Mais la recherche d'un principe constitutif naturel par l'usage de la raison est amorcée.

D'autres membres de l'École milésienne vont avancer leur propre théorie. Anaximandre (~610 à~546) considère que l'univers est constitué d'un principe appelé *apeiron* qui signifie « indéterminé » et ce principe indéterminé peut, en devenant déterminé, donner l'eau aussi bien que le feu. Pour Anaximène (~550 à~580), le principe constitutif est l'air. D'autres philosophes vot également proposer des réponses. Les pythagoriciens croyaient que les nombres sont l'élément constitutif de l'univers. Empédocle va énoncer une théorie selon laquelle l'univers est constitué de quatre éléments, théorie qui sera acceptée jusqu'à ce que Lavoisier réalise les expériences qui vont donner de nouveaux fondements à la chimie.

Le mérite de la théorie de Thalès est d'avoir amorcé un débat sur un questionnement nouveau: de quoi est constitué l'univers? Pour lui, l'univers devait être composé d'un constituant unique. Cette attitude est très différente de celle des scribes égyptiens et babyloniens qui se contentaient de consigner les phénomènes observés sans tenter de les expliquer.

CONCLUSION

La recherche de causes naturelles pour expliquer les phénomènes n'existait pas avant Thalès. Dans les poèmes d'Homère : l'Illiade et l'Odyssée, les phénomènes naturels ne sont pas expliqués par des causes naturelles mais par des mythes et des légendes. Ils comportent un grand nombre de dieux et de déesses dont les interactions entre eux et avec les hommes expliquent les phénomènes naturels comme les éclairs, le tonnerre, les changements de saison. Ainsi, la colère de Zeus se manifestait par les orages électriques alors que Poséidon, le dieu de la mer, manifestait sa colère en déclenchant des tempêtes. En fait, dans l'œuvre d'Homère, les dieux et déesses font partie de l'univers. Ils prennent fait et cause pour les belligérants de la guerre de Troie. Poséidon déclenche des tempêtes lors du retour d'Ulysse vers son Ithaque natale pour le punir d'avoir causé la chute de Troie. Il n'y a pas dans cette œuvre de distinction entre le naturel et le surnaturel. Les dieux et déesses sont des intervenants importants tout comme certains humains, comme Hercule ou Achille, qui sont issus des amours de dieux ou de déesses avec des humains. Ces mythes rendaient les phénomènes naturels moins effrayants en leur donnant un sens, une signification. Il n'était pas question de chercher à prévoir les phénomènes naturels puisqu'ils étaient la manifestation de l'humeur des dieux et déesses donc, par définition, imprévisibles.

Thalès a cherché des explications basées sur des principes physiques intelligibles. Sa théorie de l'univers constitué d'eau peut sembler farfelue mais elle est la première tentative d'explication des phénomènes physiques par des causes naturelles. Cette théorie a suscité une réflexion, un débat, ce qui est le propre d'une théorie qui peut être analysée, critiquée et remodelée. Ses disciples, Anaximène et Anaximandre vont apporter d'autres d'autres réponses à la question de l'élément constitutif de l'univers. Pythagore et ses disciples apporteront une autre réponse.

EXERCICES

1. Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés égaux. Comment, à partir de cette définition, peut-on conclure que :
   Les angles à la base d'un triangle isocèle sont congrus.

2. Dans la géométrie grecque, des objets égaux sont superposables. Comment peut-on, à partir de cette définition, montrer que :
   Deux triangles qui ont un côté égal et deux angles égaux chacun à chacun sont égaux.

3. Dans la géométrie, la mesure d'un angle au centre d'un cercle est égale à la mesure de l'arc intercepté. Comment peut-on, à partir de cette définition, montrer que :
   Tout angle inscrit dans un demi-cercle est droit.

4. Déduire du résultat précédent que tout triangle inscrit dans un demi-cercle est un triangle rectangle.

5. Construire, à l'aide d'une règle et d'un compas, un triangle rectangle dont l'un des côtés de l'angle droit est la moitié de l'hypoténuse.

6. Quels arguments peut-on donner pour conclure que :
   Les angles opposés par le sommet sont congrus.

7. Quels arguments peut-on donner pour conclure que :
   Toute droite tracée parallèlement à l'un des côtés d'un triangle détermine un nouveau triangle semblable au premier.

8. Quels arguments peut-on donner pour conclure que :
   Dans tout triangle isocèle, la hauteur, la médiane, la médiatrice et la bissectrice issus du sommet opposé au troisième côté coïncident.

9. Identifier, dans les arguments imaginés aux numéros précédents, les notions qui doivent faire l'objet de définitions et celles qui doivent être démontrées.