

ARCHIMÈDE

par : André Ross

Professeur de mathématiques

Cégep de Lévis-Lauzon



Mathématicien grec né à Syracuse en Sicile, vers 287 av. J.-C., Archimède est mort en 212, tué par un soldat romain lors de la seconde guerre punique. Sa vie fut entièrement consacrée à la recherche scientifique et ses découvertes sont tellement fondamentales qu'elles ont des retombées dans tous les champs scientifiques.

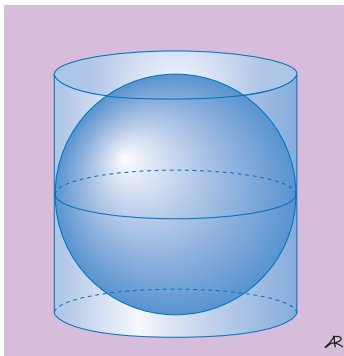
Il séjourna en Égypte et a peut-être étudié à Alexandrie avec les successeurs d'Euclide. Il correspondait avec Ératosthène qui fut son ami et à qui il communiqua plusieurs de ses découvertes par écrit. On raconte plusieurs anecdotes sur Archimède et la plus célèbre est l'histoire de la couronne du roi Hiéron. Celui-ci, soupçonnant l'orfèvre d'avoir remplacé une partie de l'or par de l'argent demanda à Archimède de trouver comment prouver cette substitution. Selon la légende, il prenait son bain lorsqu'il découvrit comment démontrer la supercherie et, fier de sa découverte, il se serait précipité nu dans la rue en criant: «Eurêka, Eurêka» (j'ai trouvé, j'ai trouvé).

Archimède a écrit plus de dix ouvrages sur différents sujets:

- *Les centres de gravité de parallélogrammes, de triangles et de segments de parabole.*



- La sphère et le cylindre, traité dans lequel on retrouve les deux résultats suivants :
 - *La surface de la sphère est quatre fois celle d'un grand cercle (cercle dont le diamètre est le même que la sphère).*
 - *Lorsqu'un cylindre est circonscrit à une sphère avec un diamètre égal à celui de la sphère, le volume et la surface du cylindre sont une fois et demie le volume et la surface de la sphère.*



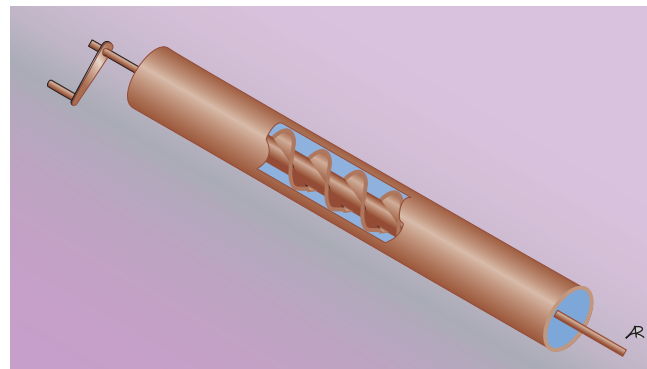
Il était tellement heureux de ce dernier résultat qu'il le fit graver sur sa tombe tout comme la figure ci-dessus.

- La spirale qui porte son nom ainsi que l'étude des tangentes et des aires balayées par le rayon vecteur.
 - La spirale d'Archimède est la figure engendrée par un point qui se déplace à vitesse constante sur un rayon vecteur en rotation à une vitesse constante.



- Sur les conoïdes et les sphéroïdes, essai qui traite des volumes engendrés par des ellipses et des paraboles tournant autour d'un axe de symétrie et des hyperboles tournant autour de l'axe transverse.
- Sur les corps flottants qui traite de l'équilibre d'un segment de parabolöide de révolution flottant dans un liquide et du principe de l'hydrostatique d'Archimède.
- Un traité de la méthode où il dévoile quelques-unes des méthodes de recherche qui lui ont permis de trouver plusieurs de ses théorèmes.

Archimède a également résolu le premier problème de calcul différentiel en construisant la tangente en un point quelconque de sa spirale. Si on connaît l'angle que la tangente fait avec une droite donnée, la tangente est connue car il s'agit de tracer par un point donné une droite dont la direction est connue. Le problème consistant à trouver l'angle que fait la tangente à une courbe avec une droite donnée est le problème principal du calcul différentiel.



Les travaux d'Archimède n'ont pas été seulement théoriques, ils furent également pratiques comme en témoigne la vis qu'il a inventée pour pomper l'eau afin d'irriguer les cultures. C'est durant son séjour en Égypte, où elle est encore utilisée, qu'il aurait inventé cette vis.

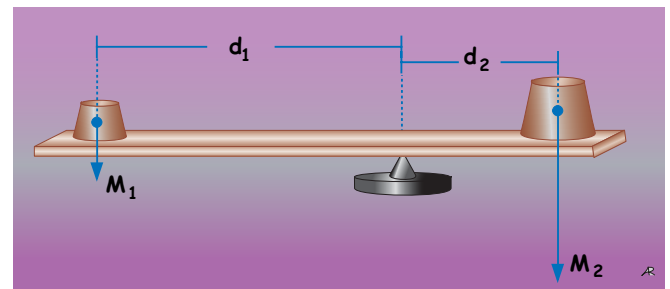


ÉTUDE DES LEVIERS

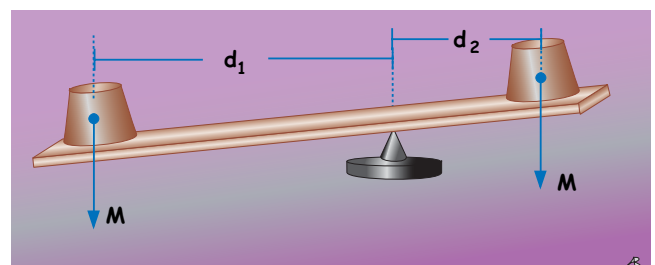
Archimède s'est également intéressé au problème de la manipulation des objets lourds ce qui l'a amené à étudier et classifier les leviers dont il a énoncé les principes. Il a développé plusieurs mécanismes utilisant les poulies, en particulier les catapultes utilisées pour défendre la ville de Syracuse contre les attaques des légions romaines.

Dans son étude des leviers, Archimède adopte une approche analogue à celle de la géométrie en énonçant des principes physiques sous forme de postulats comme suit :

Des masses inégales à des distances proportionnelles sont en équilibre.



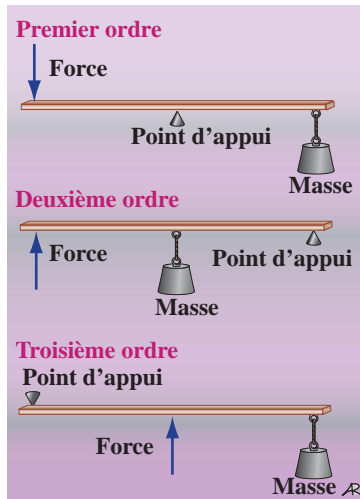
Des masses égales à des distances différentes ne sont pas en équilibre et penchent du côté de la masse qui est à la plus grande distance.



Archimède n'a pas inventé les leviers, ils étaient utilisés depuis fort longtemps. Il a fait une description mathématique des caractéristiques fondamentales des leviers et a utilisé cette abstraction mathématique pour



en démontrer d'autres propriétés. Il y a une grande différence entre l'utilisation d'une technique et la compréhension des principes scientifiques sous-jacents.



SUR LES CORPS FLOTTANTS

L'anecdote de la couronne de Hiéron est particulièrement intéressante car elle est la première utilisation de la masse volumique. À son accession au pouvoir à Syracuse, Hiéron s'engagea à offrir une couronne d'or aux dieux. Il a alors demandé à un orfèvre de réaliser cette couronne en lui fournissant une quantité d'or qu'il avait préalablement pesée. L'orfèvre réalisa une couronne qui avait exactement le même poids que l'or fournit par Hiéron. Cependant, celui-ci soupçonnait l'orfèvre d'avoir remplacé une certaine quantité d'or par de l'argent et demanda à Archimède de prouver que l'orfèvre l'avait fraudé. C'est en prenant son bain que le savant aurait eu l'intuition de la façon de prouver le subterfuge. Il constata que plus la partie immergée de son corps était importante plus la quantité d'eau qui débordait du bain était importante.

Cette constatation simple, lui suggéra la procédure à suivre. Il prit deux solides de même masse que la quantité d'or fournie par Hiéron, l'une en or et l'autre en argent. Après avoir rempli un contenant d'eau jusqu'au bord, il y plonge la masse d'or et observe que le contenant perd une certaine quantité d'eau qui passe

par dessus bord. Il recommence avec la masse en argent et constate que le déversement d'eau est plus important que dans le cas de la masse d'or. Il refait alors l'expérience avec la couronne et constate qu'il perd plus d'eau qu'avec la masse en or et moins qu'avec la masse en argent, ce qui démontre qu'une certaine quantité d'argent a été mélangée à l'or pour réaliser la couronne. En comparant les volumes d'eau déplacés par ces trois corps, Archimède a comparé les masses volumiques de l'or, de l'argent et de l'alliage des deux.

L'énigme de la couronne pouvait être résolue sans avoir recours au principe de l'hydrostatique auquel on associe souvent cette anecdote. La description scientifique des études qu'Archimède a réalisées sur le sujet font l'objet de son traité *Sur les corps flottants*. Il s'intéresse à la poussée que subit un corps plongé dans un liquide selon que ce corps est plus dense que le liquide ou moins dense que celui-ci. Ses recherches débouchent naturellement sur le problème de l'équilibre des coques de navire qu'il modélisent à l'aide des paraboles et des paraboloides. Il cherche alors des moyens de déterminer les centres de gravité des corps flottants.

CALCUL D'AIRES ET DE VOLUMES

Archimède a développé une méthode originale en utilisant les propriétés qu'il avait démontrés sur les leviers pour estimer l'aire d'une surface ou le volume d'un solide.

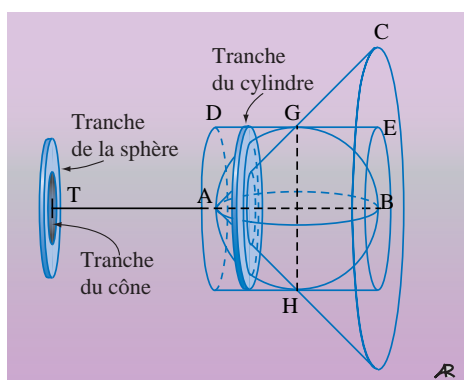
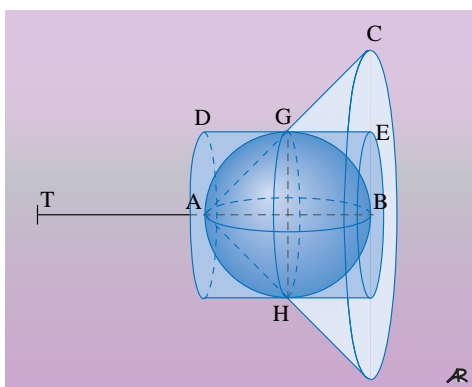
Sa méthode est basée sur l'idée suivante. Pour trouver l'aire d'une figure ou le volume d'un solide, il faut le couper en plusieurs bandes parallèles, ou en plusieurs tranches parallèles, et suspendre mentalement ces bandes, ou ces tranches, à l'extrémité d'un levier de telle sorte qu'elles soient en équilibre avec une figure dont on connaît l'aire ou le volume et le centre de gravité. Par cette méthode, il compare l'aire de deux surfaces ou le volume de deux solides afin de déterminer une relation entre les deux. Par la suite, il utilise la méthode d'exhaustion pour démontrer que le résultat obtenu par

sa méthode est bien valide. (voir les présentation de la méthode d'exhaustion par Eudoxe et Archimède).

Il utilise également le principe fondamental de l'exhaustion pour calculer une valeur approchée de π , le rapport de la circonférence d'un cercle à son diamètre. Il indique que le *périmètre d'un cercle vaut le triple du diamètre augmenté de moins de la septième partie, mais de plus des dix soixante et onzièmes partie du diamètre*. Ce qui signifie que :

$$3 \frac{1}{7} < \pi < 3 \frac{10}{71}$$

C'est la première fois dans l'histoire qu'est donnée une valeur de π approchée par une démarche argumentée.



CONCLUSION

Archimède est l'un des grands savants de l'Antiquité. Ses travaux suivent la démarche axiomatique chère aux savants grecs, mais il s'est de plus intéressé à des applications pratiques des théories qu'il échafaudait.

Selon les époques, il a été encensé comme un grand ingénieur, comme un grand théoricien ou comme un grand mathématicien.

BIBLIOGRAPHIE

- Archimède, *Les Cahiers de Science et Vie*,
 Ball, W. W. R. *A Short Account of History of Mathematics*, New York, Dover Publications, Inc., 1960, 522 p.
 Boyer, Carl B. *A History of Mathematics*, New York, John Wiley & Sons, 1968, 717 p.
 Caratini, Roger, *Les Mathématiques*, Paris, Bordas, 1985.
 Collette, Jean-Paul. *Histoire des mathématiques*, Montréal, Éditions du Renouveau Pédagogique Inc., 1979 2 vol., 587 p.
 Cuomo, S. *Ancient Mathematics, London and New York, Routledge, Taylor and Francis Group, 2001, 290 p.*
 Davis, Philip J, Hersh, Reuben, Marchisotto, Elena Anne. *The Mathematical Experience*, Study edition, Boston, Birkhäuser, 1995, 485 p.
 Dunham, William. *The Mathematical Universe*, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1994, 314 p.
 Eves, Howard. *An Introduction to the History of Mathematics*, New-York, Holt Rinehart and Winston, 1976, 588 p.
 Fowler, D.H. *The Mathematics of Plato's Academy, a New Reconstruction*, Oxford, Oxford University Press, 1990, 401 p.
 Guedj, Denis, *Le Théorème du Perroquet*, Paris, Éditions du Seuil, 1998, 520 p.
 Kline, Morris. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, New York, Oxford University Press, 1972, 1238 p.
 Kramer, Edna E. *The Nature and Growth of Modern Mathematics*, New York, Hawthorn Books, Inc. Publishers, 1970, 758 p.
 Singer, Charles, *A History of Scientific Ideas*, Barnes & Noble books, 1996
 Smith, David Eugene. *History of Mathematics*, New York, Dover Publications, Inc. 1958, 2 vol. 1 299 p.
 Struik, David. *A Concise History of Mathematics*, New York, Dover Publications, Inc. 1967, 195 p.
<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/>