MARIN MERSENNE

Par : André Ross
professeur de mathématiques
Cégep de Lévis-Lauzon

Marin Mersenne est né le 8 septembre 1588 près d'Oizé en France et est mort à Paris le 1 septembre 1648. Il est surtout connu pour sa correspondance avec tous les savants et philosophes de son époque, contribuant ainsi à transmettre les découvertes et à favoriser les échanges d'idées entre les savants. Il est également connu pour ses travaux en théorie des nombres.

Il se joignit à l'ordre religieux des Minimes en 1611 et enseigna la philosophie au couvent de la congrégation à Nevers. Sa cellule à Paris était un lieu de rendez-vous des savants de l'époque qui, par la correspondance que Mersenne entretenait, étaient ainsi informés des découvertes de tous les savants européens. Cette correspondance a joué un rôle important durant cette période car les revues scientifiques n'existaient pas encore. À sa mort, on découvrit dans sa cellule des lettres de 78 correspondants incluant Fermat, Huygens, Pell, Galilée et Torricelli.

Mersenne s'est porté à la défense des idées de Descartes et de Galilée contre les attaques et critiques des théologiens et s'est élevé contre les pseudo-sciences que sont l'alchimie et l'astrologie. Il a poursuivi certains des travaux de Galilée en optique et proposé à Huygens l'utilisation du pendule pour mettre au point la première horloge à pendule. Il a également traduit et publié certains des travaux de Galilée, contribuant à les faire connaître à l'extérieur de l'Italie.

Mersenne s'est adonné à l'étude des nombres premiers et a tenté de trouver une formule décrivant tous les nombres premiers. Il n'a pas réussi dans ses tentatives, mais elles lui ont permis d'étudier les nombres premiers de la forme :

$$2^p - 1$$

qui est intéressante pour l'étude des grands nombres premiers. Il est facile de montrer que si $n = 2^p - 1$ est premier, alors p est également premier. Lorsque l'exposant est premier cependant, la situation est moins claire. Ainsi, on obtient :

$$2^2 - 1 = 3$$
$$2^3 - 1 = 7$$
$$2^5 - 1 = 31 \text{ et}$$
$$2^7 - 1 = 127$$

qui sont des nombres premiers. Cependant,

$$2^{11} - 1 = 2\,047$$

est le produit de 23 par 89 et n'est donc pas premier. En 1644, Mersenne affirma que :

$$n = 2^p - 1 \text{ est premier}$$

lorsque $p \in \{2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127, 257\}$ et $n = 2^p - 1$ n'est pas premier pour les 44 autres nombres premiers plus petits que 257.

Mersenne s'est cependant trompé pour quelques uns de ces nombres. En effet, pour les valeurs 61, 89 et 107 de p, $n = 2^p - 1$ est un nombre premier. De plus, si $p = 67$, $n = 2^p - 1$ n'est pas un nombre premier. Ce fait a été démontré en 1867 par Edouard Lucas (1842-1891) par une démonstration indirecte sans que des facteurs ne soient trouvés. C'est en 1903 que Frank Nelson Cole obtint une décomposition en facteurs :

$$\begin{aligned} 2^{67} - 1 &= 147\,573\,952\,588\,676\,412\,927 \\ &= 193\,707\,721 \times 761\,838\,257\,287 \end{aligned}$$

Malgré ces erreurs, les nombres de Mersenne constituent une source intéressante de nombres premiers mais on ne sait pas encore comment déterminer si un nombre de Mersenne est premier ou non.