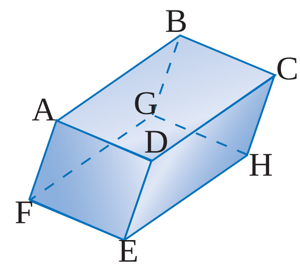
CHAPITRE 7

EXERCICES 7.2



1. *a)* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG}$

   b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{FH}$

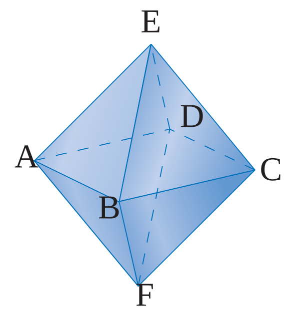
   c) $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EC}$

   d) $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{FC}$

   e) $\overrightarrow{FG} - \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{DB}$

   f) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EC}$

   g) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FC}$



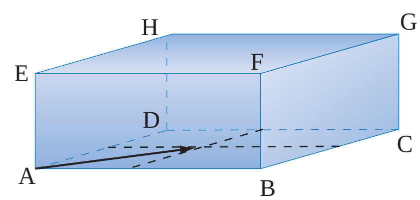
2. *a)* $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DE}$

   b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{CF}$

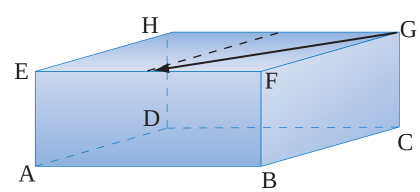
   c) $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{FC} - \overrightarrow{FC} = \vec{0}$

   d) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{FD}$
   $= \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC}$

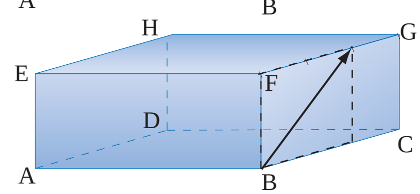
3. *a)* $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$



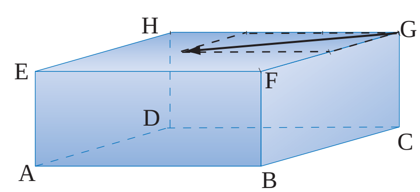
   b) $\overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{GF} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FE}$



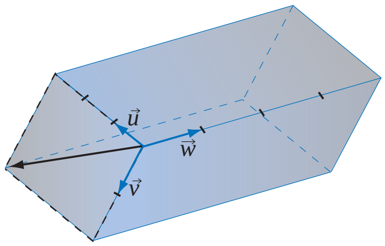
   c) $\overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BF} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$



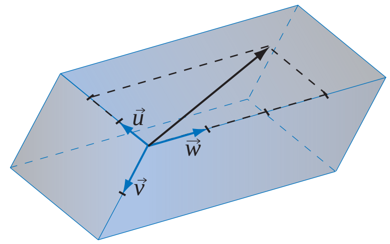
   d) $\frac{1}{2}\overrightarrow{HE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GF} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GH}$



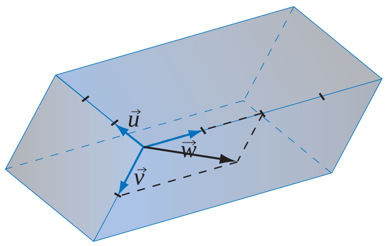
4. *a*)



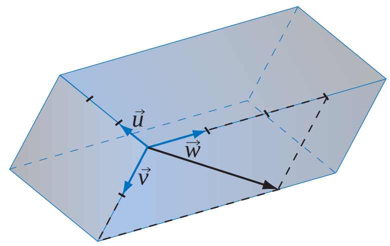
b)



c)



d)



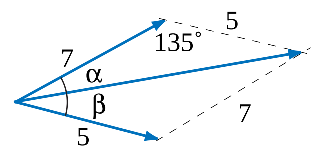
5. *a*) En notant r, le module du vecteur somme, on a :

$$r = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \times 7 \times 5 \ \cos\ 135°} = 11{,}112...$$

Par la loi des sinus, $\sin\alpha = \dfrac{5}{11{,}112...}\sin\ 135°$,

d'où, $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{5}{11{,}112...}\sin\ 135°\right) = 18{,}55°$

et $\beta = 45° - 18{,}55° = 26{,}45°$.

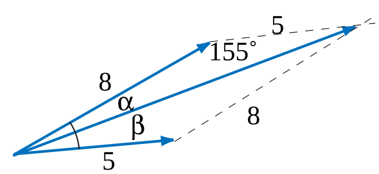


b) $r = \sqrt{8^2 + 5^2 - 2 \times 8 \times 5 \ \cos\ 155°} = 12{,}708...$

Par la loi des sinus, $\sin\alpha = \dfrac{5}{12{,}708...}\sin\ 155°$,

d'où, $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{5}{12{,}708...}\sin\ 155°\right) = 9{,}57°$

et $\beta = 25° - 9{,}57° = 15{,}43°$

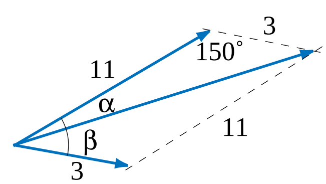


c) $r = \sqrt{11^2 + 3^2 - 2 \times 3 \times 11 \ \cos\ 150°} = 13{,}680...$

Par la loi des sinus, $\sin\alpha = \dfrac{3}{13{,}680...}\sin\ 150°$,

d'où, $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{3}{13{,}680...}\sin\ 150°\right) = 6{,}29°$

et $\beta = 30° - 6{,}29° = 23{,}71°$

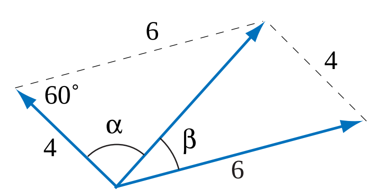


d) $r = \sqrt{4^2 + 6^2 - 2 \times 4 \times 6 \ \cos\ 60°} = 5{,}291...$

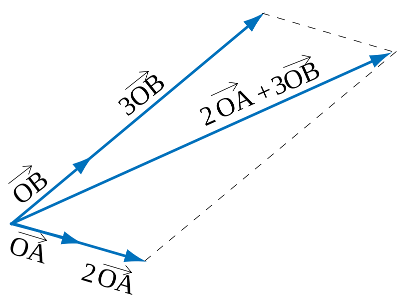
Par la loi des sinus, $\sin\alpha = \dfrac{6}{5{,}291...}\sin\ 60°$,

d'où, $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{6}{5{,}291...}\sin\ 60°\right) = 79{,}11°$

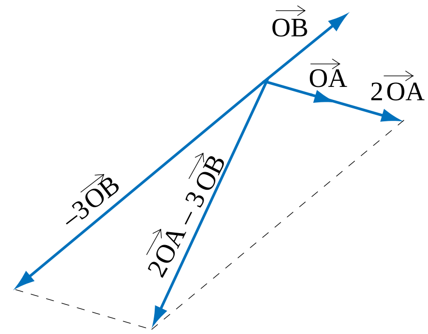
et $\beta = 120° - 79{,}11° = 40{,}89°$



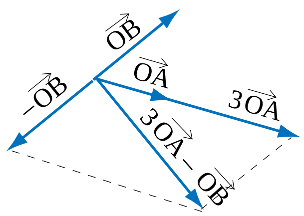
6. *a*)



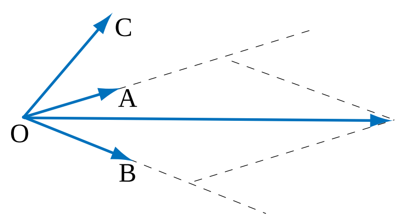
b)



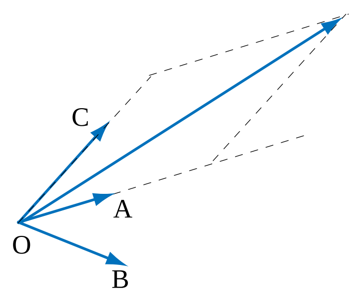
c)



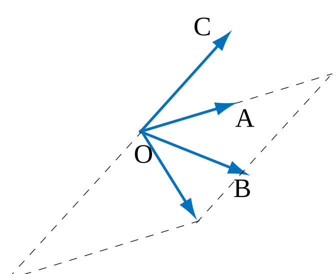
7. *a*)



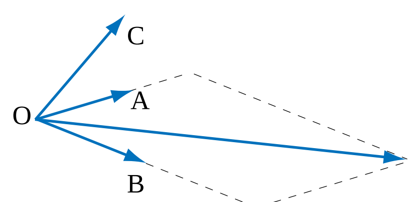
b)



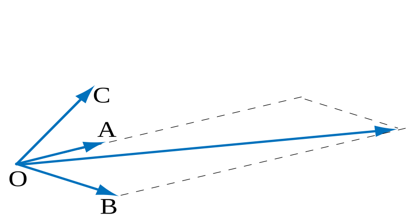
c)



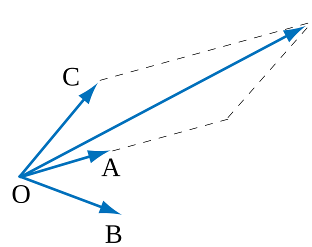
d)



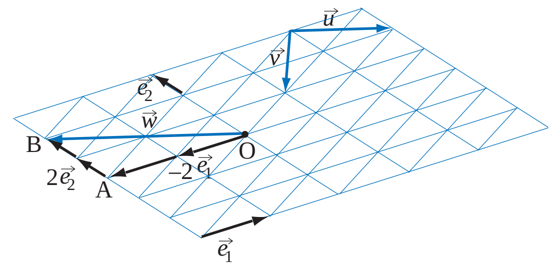
e)



f)



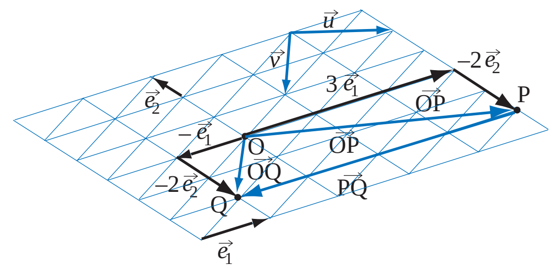
8. *a*) Pour représenter le vecteur $\vec{w}$, on représente le vecteur $-2\,\vec{e}_1$ en partant du point O. Puis, à partir du point A auquel on est parvenu, on représente le vecteur $2\,\vec{e}_2$. La relation de Chasles (ou la méthode du triangle) donne $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$ et nous permet alors de tracer le vecteur qui va du point O au point B auquel on est parvenu.



On remarque que l'on obtient le même résultat en représentant le vecteur $2\,\vec{e}_2$ à partir du point O, puis le vecteur $-2\,\vec{e}_1$. C'est la commutativité de l'addition.

b) Pour représenter le point P, on reporte le vecteur $3\,\vec{e}_1$ en partant du point O, puis le vecteur $2\,\vec{e}_2$. Le point à l'extrémité de la somme de ces vecteurs est le point P.

c) Pour représenter le point Q, on reporte le vecteur $-\vec{e}_1$ en partant du point O, puis le vecteur $2\,\vec{e}_2$. Le point à l'extrémité de la somme de ces vecteurs est le point Q.



d) Par la relation de Chasles, on a :

$$\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ}$$

$$\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP},\ \text{en soustrayant } \overrightarrow{OP}\ ;$$

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP},\ \text{car } \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP} = \vec{0}$$

On a donc :

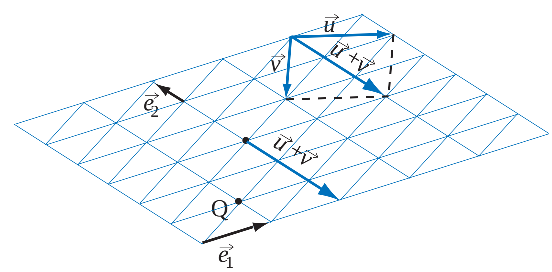
$$\begin{aligned}\overrightarrow{PQ} &= (-\vec{e}_1 - 2\,\vec{e}_2) - (3\,\vec{e}_1 - 2\,\vec{e}_2)\\ &= -\vec{e}_1 - 2\,\vec{e}_2 - 3\,\vec{e}_1 + 2\,\vec{e}_2\\ &= -4\,\vec{e}_1\end{aligned}$$

e) $\vec{u} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$ et $\vec{v} = -\vec{e}_1 - 2\,\vec{e}_2$

f) Pour construire géométriquement le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$, il faut déterminer la diagonale du parallélogramme construit sur les deux vecteurs. Algébriquement, on a :

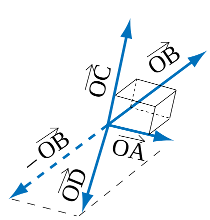
$$\vec{u} + \vec{v} = (\vec{e}_1 - \vec{e}_2) + (-\vec{e}_1 - 2\,\vec{e}_2) = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_1 - 2\,\vec{e}_2 = -3\,\vec{e}_2$$

g) La représentation est donnée ci-contre.

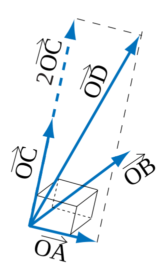


9. Dans cet exercice, le résultat des opérations est le vecteur $\overrightarrow{OD}$.

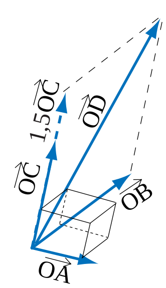
a)

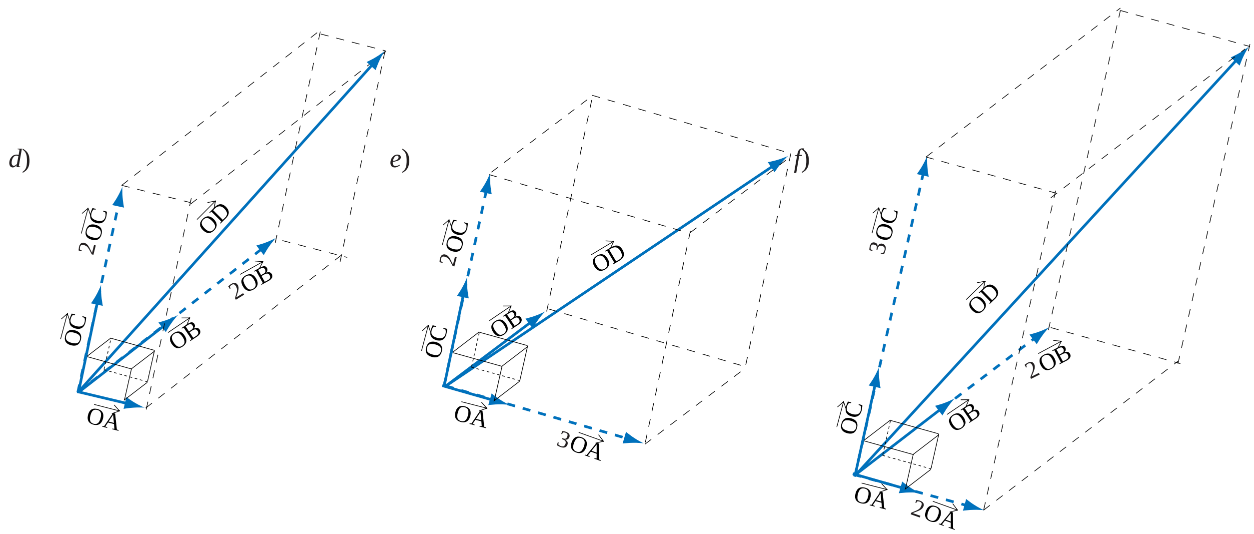


b)



c)





10. *a*) On procède comme au numéro 8 et on obtient :

$\vec{u} = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$

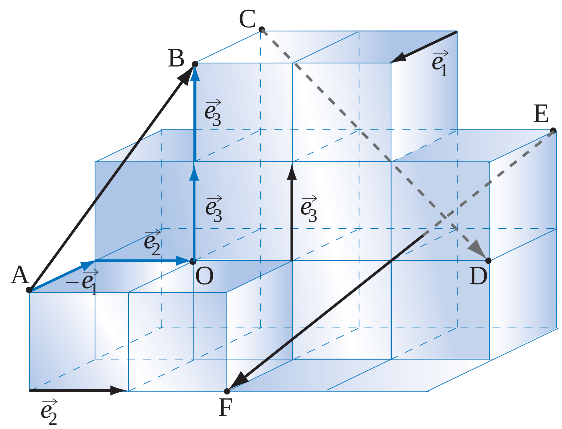
b) $\vec{v} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$

c) $\vec{w} = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$

d) $\vec{u} + \vec{v} = (-\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3) + (\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3) = 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3$

$\vec{u} + \vec{w} = (-\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3) + (2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3) = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$

$\vec{v} + \vec{w} = (\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3) + (2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3) = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3$



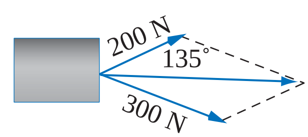
EXERCICES 7.4

1. $\|\vec{R}\| = \sqrt{300^2 + 200^2 - 2 \times 200 \times 300 \;\cos\, 135°} = 463{,}522...$

Par la loi des sinus, $\sin\,\beta = \dfrac{200}{463{,}522...}\sin\,135°$,

d'où, $\beta = \arcsin\left(\dfrac{200}{463{,}522...}\sin\,135°\right) = 17{,}76...°$

On estime donc la force résultante à 464 N et l'angle à 17,8°.

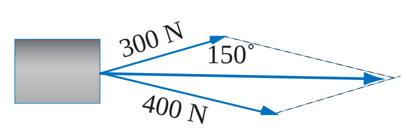


2. $\|\vec{R}\| = \sqrt{300^2 + 400^2 - 2 \times 300 \times 400 \;\cos\, 150°} = 676{,}643...$

Par la loi des sinus, $\sin\,\alpha = \dfrac{400}{676{,}643...}\sin\,150°$,

d'où, $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{400}{676{,}643...}\sin\,150°\right) = 17{,}19...°$

On estime donc la force résultante à 677 N et l'angle à 17,2°.



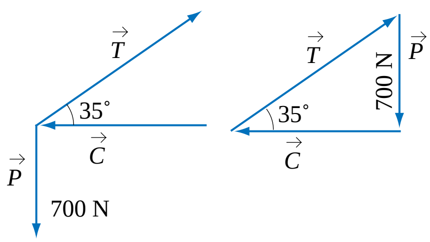
3. *a*) En substituant les données dans la loi de la gravitation universelle, on obtient :

$$\begin{aligned}\|\vec{F}\| &= k\frac{|m_1 \cdot m_2|}{r_{12}^2}\\ &= 6{,}67\times10^{-11}\ \frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\times\frac{(1{,}67\times10^{-27}\ \mathrm{kg})\times(9{,}11\times10^{-31}\ \mathrm{kg})}{(5{,}3\times10^{-11}\ \mathrm{m})^2}\\ &= 6{,}67\times10^{-11}\times\frac{1{,}67\times9{,}11\times10^{-58}}{(5{,}3)^2\times10^{-22}}\ \mathrm{N}\\ &= \frac{6{,}67\times1{,}67\times9{,}11}{(5{,}3)^2}\times\frac{10^{-11}\times10^{-58}}{10^{-22}}\ \mathrm{N}\\ &= 3{,}6125\ldots\times10^{-47}\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

On peut donc estimer que la force gravitationnelle exercée sur l'électron est de $3{,}6\times10^{-47}$ N.

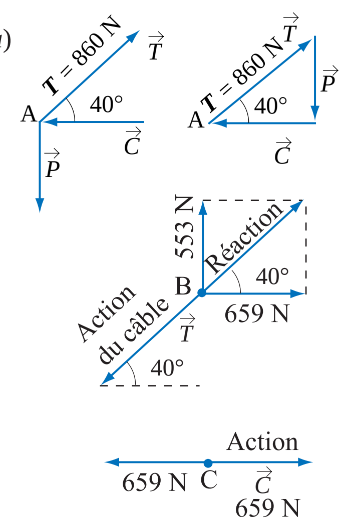
b) On constate que la force gravitationnelle entre le proton et l'électron est beaucoup plus faible que la force électrique. La force gravitationnelle est négligeable, comparée à la force électrique.

4. *a*)



b) $C = \dfrac{700\mathrm{N}}{\tan 35°} = 1{,}00\ \mathrm{kN}$ et $T = \dfrac{700\mathrm{N}}{\sin 35°} = 1{,}22\ \mathrm{kN}$

a)

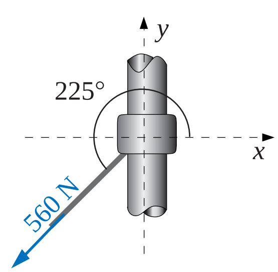


5. *b*) Par trigonométrie, on obtient :
C = 860 cos 40° = 659 N et **P** = 860 sin 40° = 553 N

Au point B, le câble en tension tire avec une force de 860 N. Le mur réagit en tirant dans le sens contraire avec la même intensité. Les composantes de la réaction sont de 659 N à l'horizontale et de 553 N à la verticale.
Au point C, la poutre en compression pousse avec une force horizontale de 553 N. Le mur réagit en poussant dans le sens contraire avec la même intensité. La composante verticale est nulle (lorsque le poids de la poutre n'est pas négligeable, la composante verticale n'est pas nulle)

.

6. T_x = 560 cos 225° = –396 N et
T_y = 560 sin 225° = –396 N.



7. *b*) Par la loi des cosinus, $\overline{\mathrm{AB}} = 3{,}28\ \mathrm{m}$.
Par proportionnalité, on a

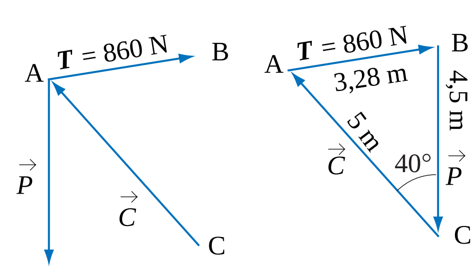
$$\frac{\boldsymbol{T}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\boldsymbol{C}}{\overline{\mathrm{AC}}} = \frac{\boldsymbol{P}}{\overline{\mathrm{BC}}},\ \text{d'où}\ \frac{860}{3{,}28} = \frac{\boldsymbol{C}}{5} = \frac{\boldsymbol{P}}{4{,}5}$$

En prenant les rapports deux à deux, on a :

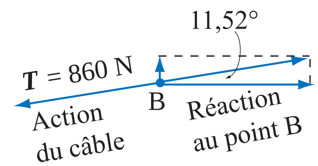
$$\boldsymbol{C} = \frac{5\times860}{3{,}28} = 1\,311\ \mathrm{N} = 1{,}31\ \mathrm{kN}$$

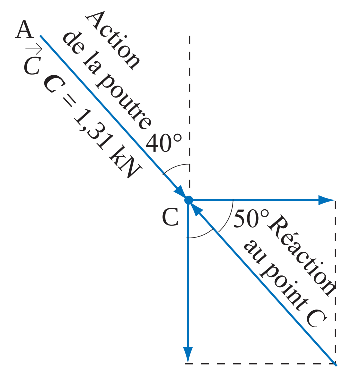
$$\boldsymbol{P} = \frac{4{,}5\times860}{3{,}28} = 1\,180\ \mathrm{N} = 1{,}18\ \mathrm{kN}$$

a)



Au point B, le câble en tension tire avec une force de 860 N. Le mur réagit en tirant dans le sens contraire avec la même intensité. Les composantes de la réaction sont :
860 cos 11,52° = 843 N à l'horizontale
860 sin 11,52° = 172 N à la verticale.
Au point C, la poutre en compression pousse avec une force de 1,31 kN. Le mur réagit en poussant dans le sens contraire avec la même intensité.
Les composantes de la réaction sont :
1310 cos 50° = 842 N à l'horizontale
1310 sin 50° = 1004 N à la verticale.





8. Puisque $\left\| \vec{F_1} + \vec{F_2} \right\| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos(180° - \theta)}$, on doit avoir :

$$\sqrt{40^2 + 70^2 - 5600 \cos(180° - \theta)} = 100$$

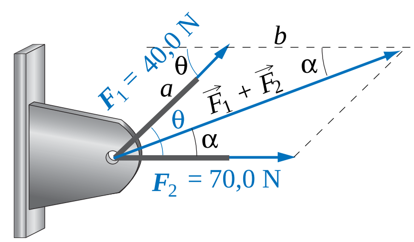
Ce qui donne :

$$\cos(180° - \theta) = \frac{100^2 - 40^2 - 70^2}{-5600} = -0,625$$

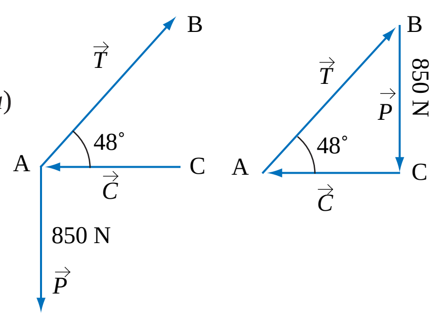
d'où 180° – θ = arccos(–0,625) = 128,682...°.
On acceptera 180° – θ = 128,68° et θ = 51,32°.
Trouvons la valeur de l'angle α par la loi des sinus,

$$\frac{40}{\sin \alpha} = \frac{100}{\sin 128,68°}, \text{ d'où } \sin \alpha = \frac{40 \sin 128,68°}{100} = 0,31225...$$

et α = arcsin(0,31225...) = 18,195...° On acceptera α = 18,20°.



9. *a*)



b) $\boldsymbol{T} = \dfrac{850}{\sin 48°} = 1\,144 \text{ N} = 1,14 \text{ kN}$

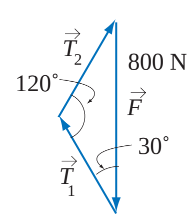
$\boldsymbol{C} = \dfrac{850}{\tan 48°} = 765 \text{ N} = 0,77 \text{ kN}$

10. **Système de gauche :**

Par la loi des sinus, on obtient : $\dfrac{\boldsymbol{F}}{\sin 120°} = \dfrac{\boldsymbol{T}_1}{\sin 30°} = \dfrac{\boldsymbol{T}_2}{\sin 30°}$

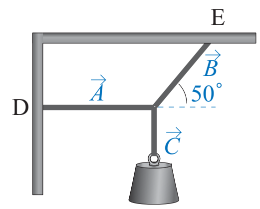
D'où l'on tire : $\boldsymbol{T}_1 = \boldsymbol{T}_2 = \dfrac{860 \sin 30°}{\sin 120°} = 461,880...$

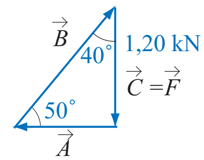
On peut donc estimer que $\boldsymbol{T}_1 = \boldsymbol{T}_2 = 462$ N.



Système de droite :
En procédant de la même façon en utilisant les angles de 110° et 70° au lieu de 140° et 30°, on obtient $\boldsymbol{T}_3 = \boldsymbol{T}_4 = 426$ N.

11. En résolvant le triangle rectangle, on obtient :

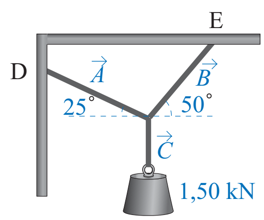


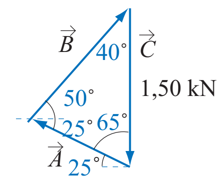


$$\sin 50° = \frac{1{,}20}{\boldsymbol{B}}, \text{ d'où } \boldsymbol{B} = \frac{1{,}20}{\sin 50°} = 1{,}566...$$

$$\text{et : } \tan\ 50° = \frac{1{,}20}{\boldsymbol{A}}, \text{ d'où } \boldsymbol{A} = \frac{1{,}20}{\tan\ 50°} = 1{,}0069...$$

On peut donc estimer que ***A*** = 1 007 N et ***B*** = 1 566 N et ***C*** = 1 200 N.
Au point D, le câble tire avec une force horizontale de 1007 N. Le mur réagit en tirant dans le sens contraire avec la même intensité. La composante verticale est nulle.
Au point E, le câble tire avec une force de 1566 N. Le plafond réagit en tirant dans le sens contraire avec la même intensité.
La composante horizontale est : 1566 cos 50° = 1007 N.
La composante verticale est : 1566 sin 50° = 1200 N.



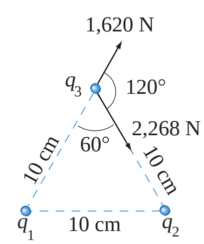


12. Par la loi des sinus, on a : $\dfrac{\boldsymbol{C}}{\sin\ 75°} = \dfrac{\boldsymbol{B}}{\sin 65°} = \dfrac{\boldsymbol{A}}{\sin 40°}$

D'où l'on tire : $\boldsymbol{B} = \dfrac{1{,}5 \sin 65°}{\sin\ 75°} = 1{,}407...$

et : $\boldsymbol{A} = \dfrac{1{,}5 \sin 40°}{\sin\ 75°} = 0{,}998...$

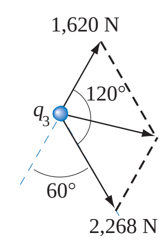
On peut donc estimer que ***A*** = 998 N, ***B*** = 1 407 N et ***C*** = 1 500 N.
Au point D, le câble tire avec une force de 998 N. Le mur réagit en tirant dans le sens contraire avec la même intensité.
La composante horizontale est : 998 cos 25° = 905 N.
La composante verticale est : 998 sin 25 = 422 N.
Au point E, le câble tire avec une force horizontale de 1407 N. Le plafond réagit en tirant dans le sens contraire avec la même intensité.
La composante horizontale est : 1407 cos 50° = 904 N.
La composante verticale est : 1407 sin 50° = 1126 N.



13. *a*) La particule q_3 est repoussée par la particule q_1 et l'intensité de cette force de répulsion est :

$$\left\| \vec{F}_{13} \right\| = 9{,}0 \times 10^9\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \times \frac{(1{,}50 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}) \times (1{,}20 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0{,}10\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 1620 \times 10^{-3}\ \mathrm{N} = 1{,}620\ \mathrm{N}$$

La force de répulsion est donc de 1,620 N.
La particule q_3 est attirée par la particule q_2 et l'intensité de cette force d'attraction est :

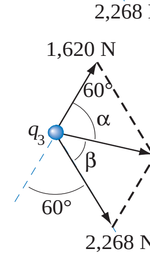


$$\left\| \vec{F}_{23} \right\| = 9{,}0 \times 10^9\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \times \frac{(2{,}10 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}) \times (1{,}20 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0{,}10\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 2268 \times 10^{-3}\ \mathrm{N} = 2{,}268\ \mathrm{N}$$

L'angle entre les forces d'attraction et de répulsion est alors de 120°. Par la loi de cosinus, on obtient :

$$\left\| \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \right\| = \sqrt{1{,}620^2 + 2{,}268^2 - 2 \times 1{,}620 \times 2{,}268 \times \cos(180° - 120°)}$$
$$= 2{,}02337...$$

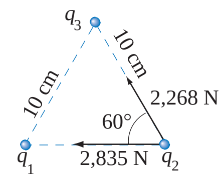
L'intensité de la force est de 2,023 N.



Pour trouver l'angle α entre cette force et la force $\vec{F}_{13}$, on utilise la loi des sinus. Cela donne :

$$\frac{\sin\alpha}{2{,}268} = \frac{\sin 60°}{2{,}0233...}, \text{ d'où } \alpha = \arcsin\left(\frac{2{,}268\ \ \sin 60°}{2{,}0233...}\right) = 76{,}11° \text{ et } \beta = 43{,}89°.$$

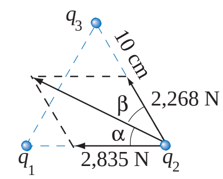
b) La particule q_2 est attirée par la particule q_1 et l'intensité de cette force d'attraction est :



$$\|\vec{F}_{12}\| = 9,0\times10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\times\frac{(1,50\times10^{-6}\ \mathrm{C})\times(2,10\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0,10\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 2835\times10^{-3}\ \mathrm{N} = 2,835\mathrm{N}$$

La force d'attraction est donc de 2,835 N.
La particule q_2 est attirée par la particule q_3 et l'intensité de cette force d'attraction est :

$$\|\vec{F}_{32}\| = 9,0\times10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\times\frac{(1,20\times10^{-6}\ \mathrm{C})\times(2,10\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0,10\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 2268\times10^{-3}\ \mathrm{N} = 2,268\mathrm{N}$$



La force d'attraction est donc de 2,268 N.
L'angle entre les deux forces d'attraction est alors de 60°. Par la loi des cosinus, on obtient :

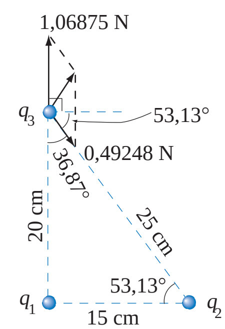
$$\|\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}\| = \sqrt{2,835^2+2,268^2-2\times2,835\times2,268\times\cos(180°-60°)}$$
$$= 4,4284...$$

L'intensité de la force est de 4,428 N.

Pour trouver l'angle α entre cette force et la force $\vec{F}_{12}$, on utilise la loi des sinus. Cela donne :

$$\frac{\sin\alpha}{2,268} = \frac{\sin120°}{4,428...},\ \text{d'où}\ \alpha = \arcsin\left(\frac{2,268\ \ \sin120°}{4,428...}\right) = 26,33°\ \text{ et } \beta = 33,67°.$$

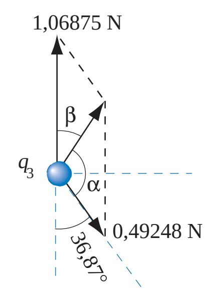
14. *a*) La particule q_3 est repoussée par la particule q_1 et l'intensité de cette force de répulsion est :



$$\|\vec{F}_{13}\| = 9,0\times10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\times\frac{(2,50\times10^{-6}\ \mathrm{C})\times(1,90\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0,20\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 1068,75\times10^{-3}\ \mathrm{N} = 1,06875\ \mathrm{N}$$

La force de répulsion est donc de 1,620 N.
La particule q_3 est attirée par la particule q_2 et l'intensité de cette force d'attraction est :

$$\|\vec{F}_{23}\| = 9,0\times10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\times\frac{(1,80\times10^{-6}\ \mathrm{C})\times(1,90\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0,25\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 492,48\times10^{-3}\ \mathrm{N} = 0,49248\ \mathrm{N}$$



La force d'attraction est donc de 0,492 N.
L'angle entre les forces d'attraction et de répulsion est alors de 143,13°. Par la loi des cosinus, on obtient :

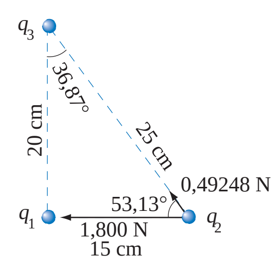
$$\|\vec{F}_{13}+\vec{F}_{23}\| = \sqrt{1,06875^2+0,49248^2-2\times1,06875\times0,49248\times\cos(180°-143,13°)}$$
$$= 0,736629...$$

L'intensité de la force est de 0,737 N.

Pour trouver l'angle α entre cette force et la force $\vec{F}_{23}$, on utilise la loi des sinus. Cela donne :

$$\frac{\sin\alpha}{1,06875} = \frac{\sin36,87°}{0,73662...},\ \text{d'où}\ \alpha = \arcsin\left(\frac{1,06875\ \ \sin36,87°}{0,73662...}\right) = 60,51°.$$ Cette valeur est à rejeter au profit de $\varphi = 180° - 60,51° = 119,49°$ et $\beta = 23,64°$.

b) La particule q_2 est attirée par la particule q_1 et l'intensité de cette force d'attraction est :

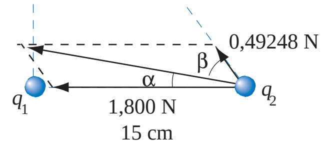


$$\|\vec{F}_{12}\| = 9,0\times10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\times\frac{(2,50\times10^{-6}\ \mathrm{C})\times(1,80\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0,15\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 1800\times10^{-3}\ \mathrm{N} = 1,800\ \mathrm{N}$$

La force d'attraction est donc de 1,800 N.
La particule q_2 est attirée par la particule q_3 et l'intensité de cette force d'attraction est :

$$\|\vec{F}_{32}\| = 9,0\times10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\times\frac{(1,90\times10^{-6}\ \mathrm{C})\times(1,80\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0,15\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 492,48\times10^{-3}\ \mathrm{N} = 0,49248\ \mathrm{N}$$

La force d'attraction est donc de 0,492 N.
L'angle entre les deux forces d'attraction est alors de 53,13°. Par la loi des cosinus, on obtient :



$$\left\| \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} \right\| = \sqrt{1{,}800^2 + 0{,}49248^2 - 2 \times 1{,}800 \times 0{,}49248 \times \cos(180° - 53{,}13°)}$$
$$= 2{,}1322...$$

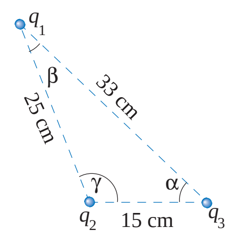
L'intensité de la force est de 2,132 N.

Pour trouver l'angle α entre cette force et la force $\vec{F}_{12}$, on utilise la loi des sinus. Cela donne :

$$\frac{\sin\alpha}{0{,}49248} = \frac{\sin 126{,}87°}{2{,}1322...}, \text{ d'où } \alpha = \arcsin\left(\frac{0{,}49248 \ \sin 126{,}87°}{2{,}1322...}\right) = 10{,}65° \text{ et } \beta = 42{,}48°.$$

15. *a*) Déterminons d'abord les angles du triangle formé par les trois particules.
Par la loi des cosinus, on obtient :

$$\cos\alpha = \frac{15^2 + 33^2 - 25^2}{2 \times 15 \times 33} \quad \text{et } \alpha = \arccos\left(\frac{15^2 + 33^2 - 25^2}{2 \times 15 \times 33}\right) = 45{,}90°$$

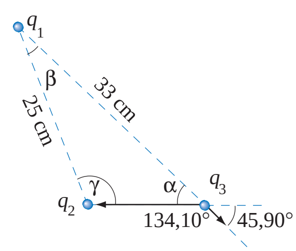


et : $$\cos\beta = \frac{25^2 + 33^2 - 15^2}{2 \times 25 \times 33} \quad \text{et } \beta = \arccos\left(\frac{25^2 + 33^2 - 15^2}{2 \times 25 \times 33}\right) = 25{,}52°$$

On a donc $\gamma = 180° - (45{,}90° + 25{,}52°) = 108{,}58°$.
La particule q_3 est repoussée par la particule q_1 et l'intensité de cette force de répulsion est :

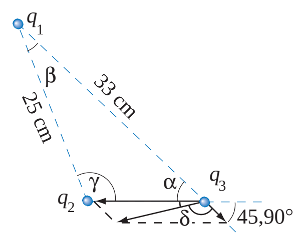
$$\left\| \vec{F}_{13} \right\| = 9{,}0 \times 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(1{,}50 \times 10^{-6} \text{ C}) \times (1{,}20 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0{,}33 \text{ m})^2}$$
$$= 148{,}76 \times 10^{-3} \text{ N} = 0{,}14876 \text{ N}$$

La force de répulsion est donc de 0,149 N.
La particule q_3 est attirée par la particule q_2 et l'intensité de cette force d'attraction est :



$$\left\| \vec{F}_{23} \right\| = 9{,}0 \times 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(2{,}10 \times 10^{-6} \text{ C}) \times (1{,}20 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0{,}15 \text{ m})^2}$$
$$= 1008 \times 10^{-3} \text{ N} = 1{,}008 \text{ N}$$

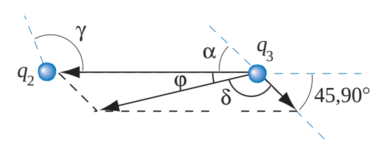
La force d'attraction est donc de 1,008 N.
L'angle entre les forces d'attraction et de répulsion est alors de 134,10°. Par la loi des cosinus, on obtient :



$$\left\| \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \right\| = \sqrt{0{,}14876^2 + 1{,}008^2 - 2 \times 0{,}14876 \times 1{,}008 \times \cos(180° - 134{,}10°)}$$
$$= 0{,}91076...$$

L'intensité de la force est de 0,911 N.

Pour trouver l'angle φ entre cette force et la force $\vec{F}_{23}$, on utilise la loi des sinus. Cela donne :



$$\frac{\sin\varphi}{0{,}14876} = \frac{\sin 134{,}10°}{0{,}91076...}, \text{ d'où } \varphi = \arcsin\left(\frac{0{,}49248 \ \sin 134{,}10°}{0{,}91076...}\right) = 6{,}74°$$

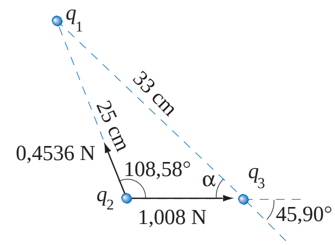
et $\delta = 127{,}36°$.

b) La particule q_2 est attirée par la particule q_1 et l'intensité de cette force d'attraction est :

$$\left\| \vec{F}_{12} \right\| = 9{,}0 \times 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(1{,}50 \times 10^{-6} \text{ C}) \times (2{,}10 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0{,}25 \text{ m})^2}$$
$$= 453{,}6 \times 10^{-3} \text{ N} = 0{,}4536 \text{ N}$$

La force d'attraction est donc de 0,4536 N.
La particule q_2 est attirée par la particule q_3 et l'intensité de cette force d'attraction est :

$$\left\| \vec{F}_{32} \right\| = 9{,}0 \times 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(2{,}10 \times 10^{-6} \text{ C}) \times (1{,}20 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0{,}15 \text{ m})^2}$$
$$= 1008 \times 10^{-3} \text{ N} = 1{,}008 \text{ N}$$

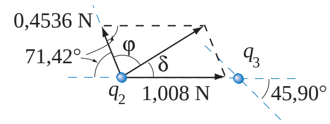


L'angle entre les deux forces d'attraction est alors de 108,58°. Par la loi des cosinus, on obtient :

$$\left\| \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} \right\| = \sqrt{0,4536^2 + 1,008^2 - 2 \times 0,4536 \times 1,008 \times \cos(180° - 108,58°)}$$
$$= 0,96459...$$

L'intensité de la force est de 0,965 N.

Pour trouver l'angle δ entre cette force et la force $\vec{F}_{12}$, on utilise la loi des sinus. Cela donne :



$$\frac{\sin\delta}{0,4536} = \frac{\sin 71,42°}{0,96459...}, \text{ d'où } \delta = \arcsin\left(\frac{0,4536\ \sin 71,42°}{0,96459...}\right) = 26,47°$$

et φ = 82,11°.