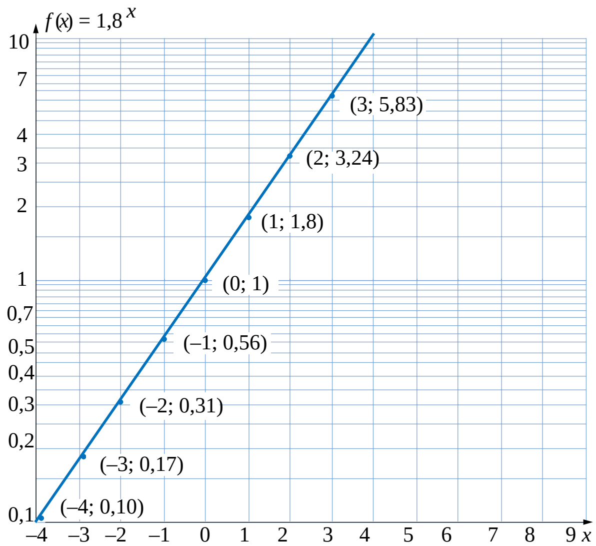
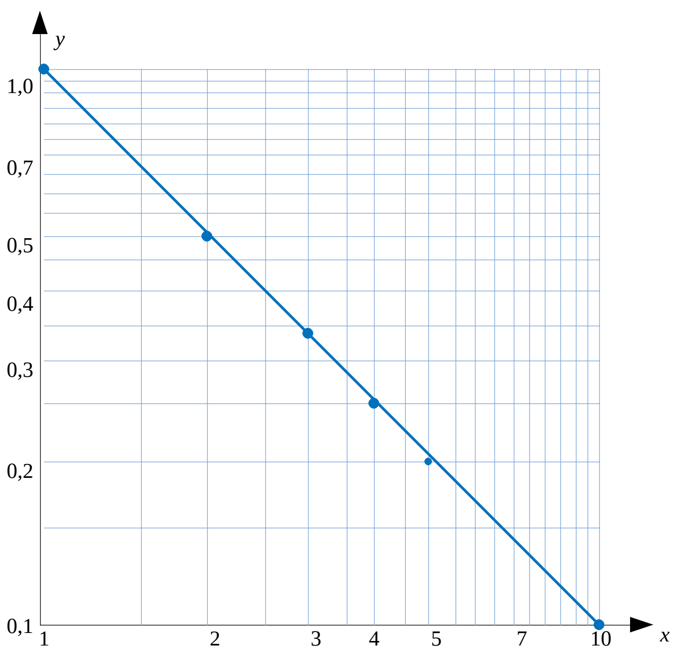
# CHAPITRE 5

## EXERCICES 5.2

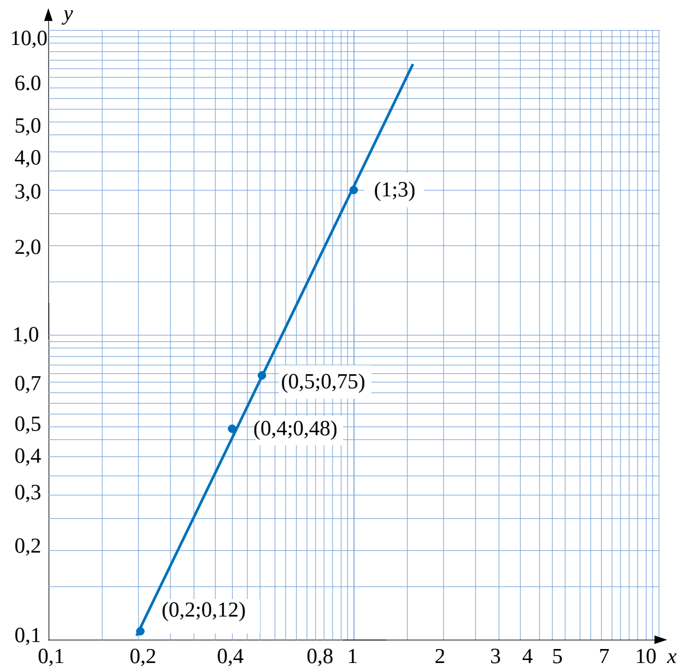
1.



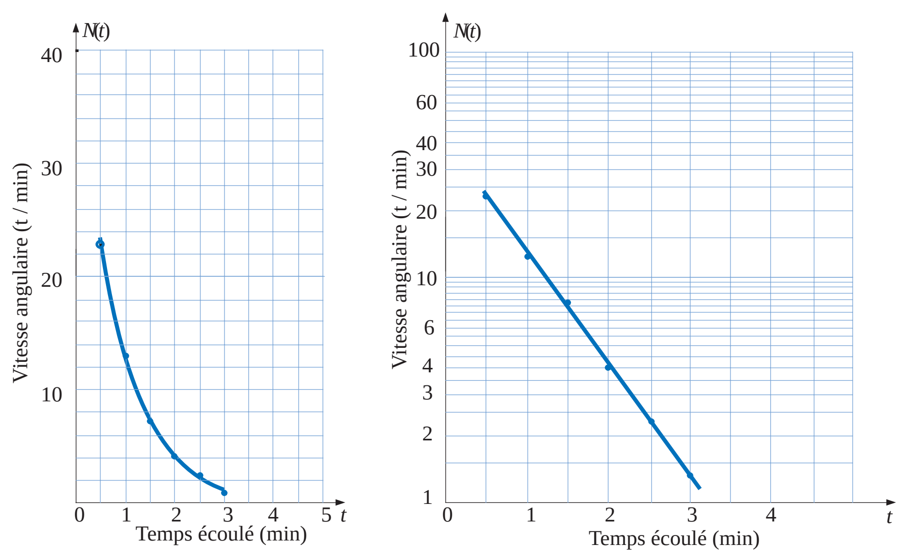

2.



3.



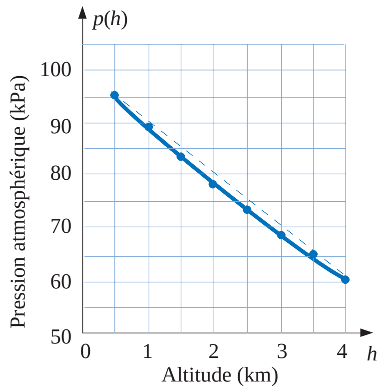

4. *a*) La représentation sur papier bilinéaire permet de constater que le modèle n'est pas affine.

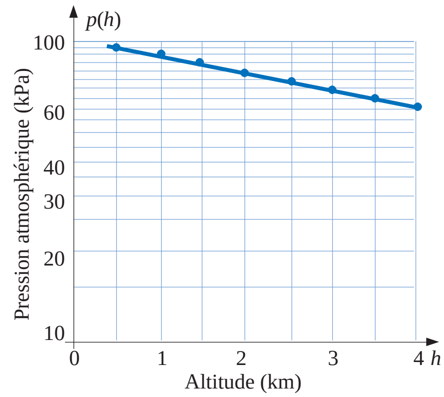



La représentation sur papier semi-log permet de déceler une correspondance exponentielle.

*b*) $y = 40(10^{-0,49\,x})$

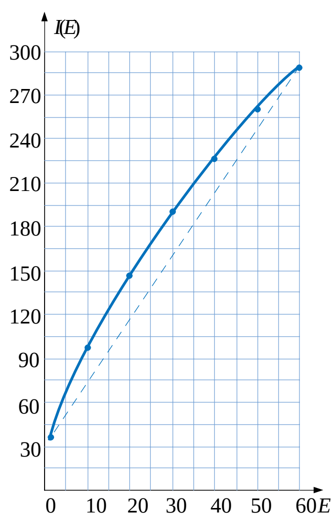
5. *a*) La représentation sur papier bilinéaire donne une courbe et la représentation sur papier semi-log révèle une correspondance exponentielle.

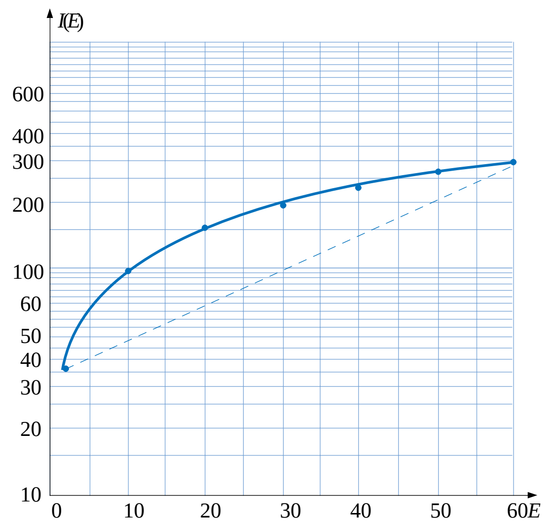


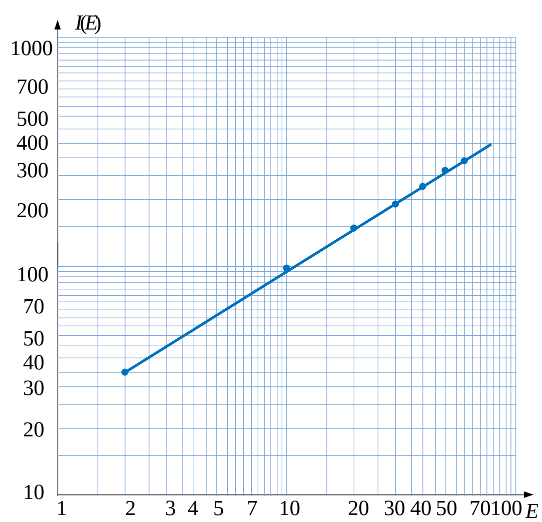




*b*) $p(h) = 101{,}32 \times 0{,}882^h$

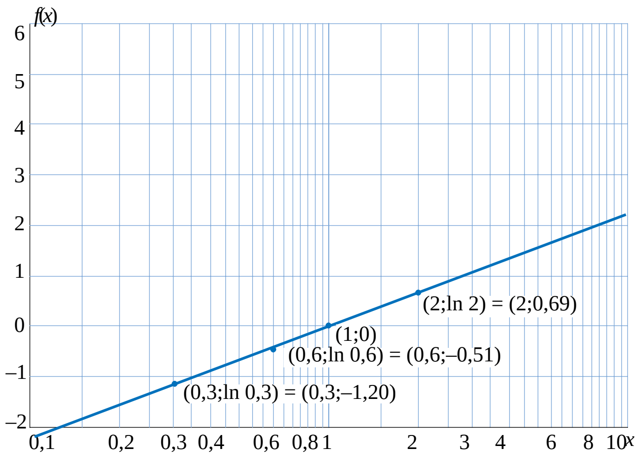
6. *a*) La représentation graphique sur papier log-log révèle une correspondance décrite par une fonction puissance.

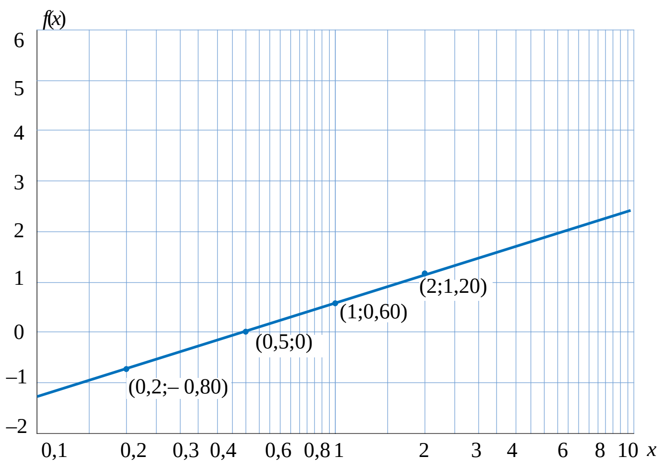



*b*) $I(E) = 24{,}1E^{0{,}608}$

7. 


8. 


9. Sur papier semi-log dont l'échelle logarithmique est horizontale, le graphique est une droite. Cela signifie que la relation entre les variables est logarithmique. La variable dépendante est le gain et la variable indépendante est la puissance de sortie en watts.
On cherche donc une relation de la forme :

$$g = a \ln P_s + b$$

Le graphique passe au point (1; 0), ce qui signifie que le gain est nul pour une puissance de sortie de 1 W. On a donc :

$$0 = a \ln 1 + b$$

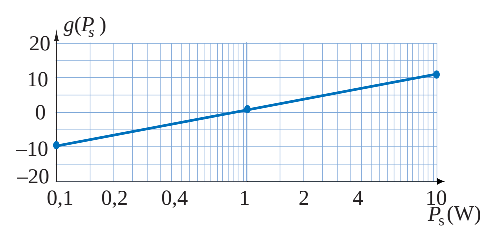
or, ln *1* = 0, on a donc *b* = 0. Le modèle est donc de la forme :

$$g = a \ln P_s$$

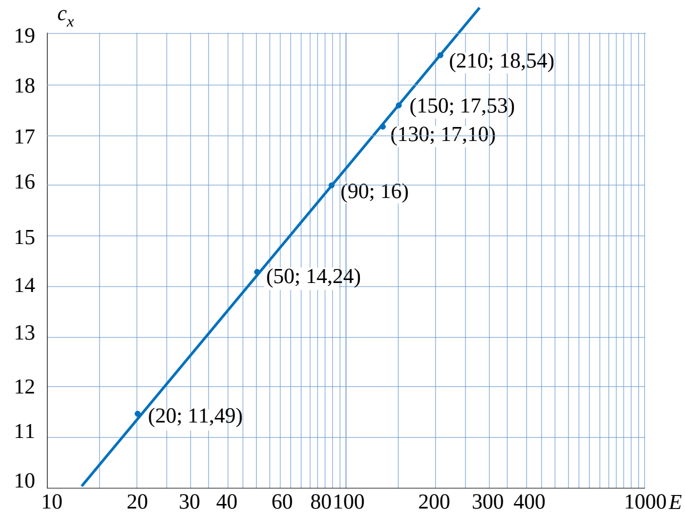
Il reste à trouver le parmètre *a*, qui dans la représentation graphique est la pente de la droite. Dans le graphique, on peut relever les points (1; 0) et (10; 10) puique l'échelle horizontale est logarithmique, cela signife que les correspondances sont (log 1; 0) et (log 10; 10). On a donc :

$$a = \frac{10 - 0}{\log 10 - \log 1} = \frac{10}{1} = 10$$

Le modèle est donc : $g(P_s) = 10 \log (P_s)$



10. *a*) La représentation graphique, donnée ci-contre, suggère un lien logarithmique entre les variables, puisque l'échelle horizontale est logarithmique. On trouve :



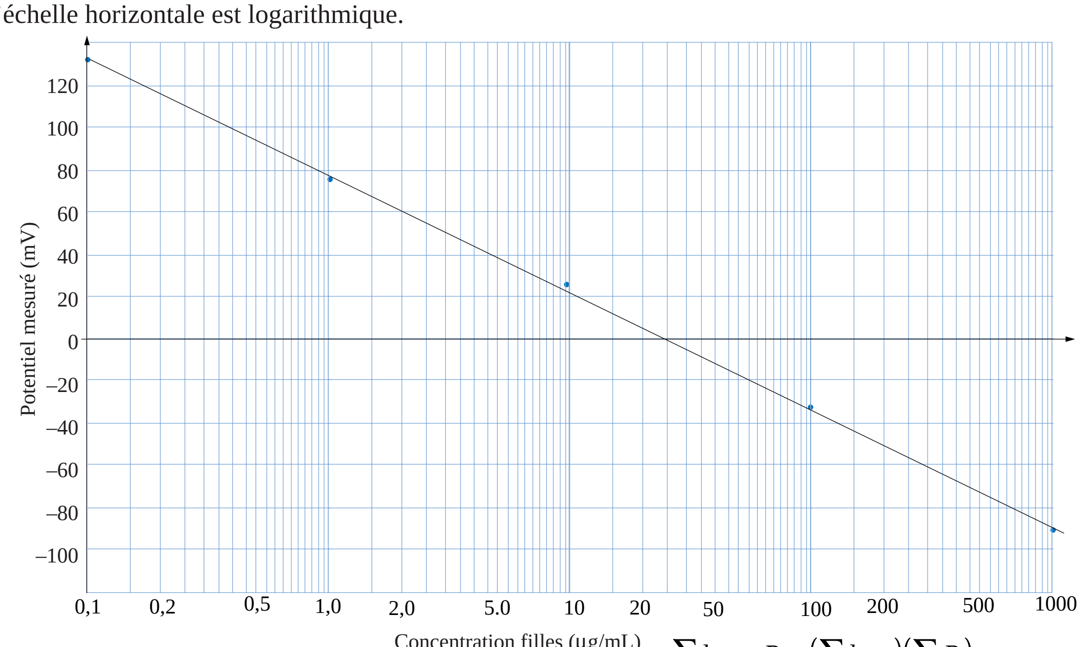

| $c_x$ | $E$ | $\ln c_x$ | $E \ln c_x$ | $(\ln c_x)^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 20 | 11,49 | 2,996 | 34,421 | 78,9744 |
| 50 | 14,24 | 3,912 | 55,707 | 15,3039 |
| 90 | 16,00 | 4,500 | 71,997 | 20,2483 |
| 130 | 17,10 | 4,868 | 83,235 | 23,6929 |
| 150 | 17,53 | 5,011 | 87,836 | 25,1065 |
| 210 | 18,54 | 5,347 | 99,135 | 28,5916 |
| 650 | 94,90 | 26,633 | 432,332 | 121,9175 |

$$A = \frac{n\sum E_i \ln c_{x_i} - \left(\sum \ln c_{x_i}\right)\left(\sum E_i\right)}{n\sum (\ln c_{x_i})^2 - \left(\sum \ln c_{x_i}\right)^2} = \frac{6\times(26,633) - (26,633\times 94,90)}{6\times 121,9175 - (26,633)^2} = 2,99743...$$

$$B = \frac{\sum E_i - A\left(\sum \ln c_{x_i}\right)}{n} = \frac{94,90 - (2,997\times 26,633)}{6} \approx 2,5116...$$

*b*) $E = 2,997 \ln c_x + 2,5116$

11. *a*) La représentation sur papier semi-log, donnée ci-dessous, suggère un lien logarithmique entre les variables, puisque l'échelle horizontale est logarithmique.




On trouve :

| $c$ | $P$ | $\ln c$ | $P \ln c$ | $(\ln c)^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 996,6000 | –89,30 | 6,9043 | –616,5584 | 47,67004 |
| 99,9600 | –33,40 | 4,6048 | –153,7993 | 21,20391 |
| 9,9960 | 24,80 | 2,3022 | 57,0942 | 5,30006 |
| 1,0000 | 77,30 | 0,0000 | 0,0000 | 0,00000 |
| 0,1000 | 125,90 | –2,3026 | –289,8955 | 5,30190 |
| 1107,6560 | 105,30 | 11,5087 | –1003,1590 | 79,47590 |

$$A = \frac{n\sum \ln c_i \; P_i - \left(\sum \ln c_i\right)\left(\sum P_i\right)}{n\sum (\ln c_i)^2 - \left(\sum \ln c_i\right)^2}$$

$$= \frac{5\times(11,5087) - (1107,6560\times 105,30)}{5\times 79,47590 - (1107,6560)^2} = -23,5069...$$

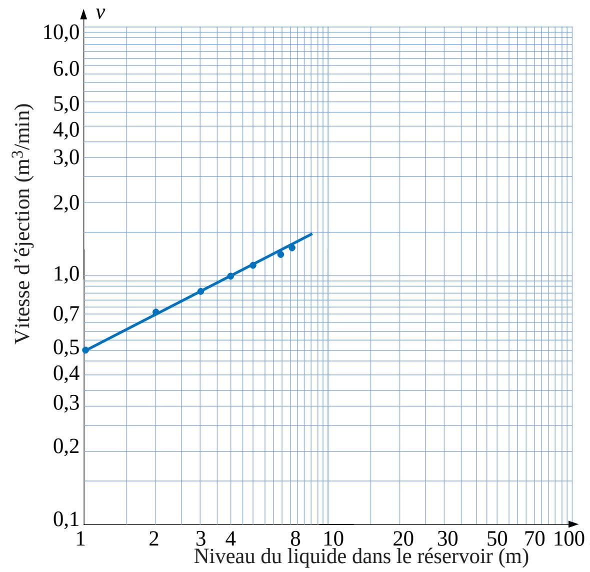
$$B = \frac{\sum P_i - A\left(\sum \ln c_i\right)}{n}$$

$$= \frac{105,30 - (-23,507...\times 11,5087)}{5} \approx 75,167...$$

Le modèle est $P(c) = -23,51 \ln c + 75,16$

À l'aide du modèle, on trouve que la concentration est de 73 µg/mL.

12. *a*) La représentation sur papier log-log, donnée ci-contre, suggère un lien de puissance entre les variables. On trouve :




| $h$ | $v$ | $\ln h$ | $\ln h \ln v$ | $(\ln h)^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,50 | 0,000 | 0,000 | 0,0000 |
| 2 | 0,71 | 0,693 | –0,237 | 0,4805 |
| 3 | 0,87 | 1,099 | –0,153 | 1,2069 |
| 4 | 1,00 | 1,386 | 0,000 | 1,9218 |
| 5 | 1,12 | 1,609 | 0,182 | 2,5903 |
| 6 | 1,22 | 1,792 | 0,356 | 3,2104 |
| 7 | 1,32 | 1,946 | 0,540 | 3,7866 |
| 28 | 6,74 | 8,525 | 0,689 | 13,196 |

$$A = \frac{n\sum \ln h_i \ln v_i - \left(\sum \ln h_i\right)\left(\sum \ln v_i\right)}{n\sum (\ln h_i)^2 - \left(\sum \ln h_i\right)^2}$$

$$= \frac{7\times(0,689) - (8,525\times -0,585)}{7\times 13,196 - (8,525)^2} = 0,4979...$$

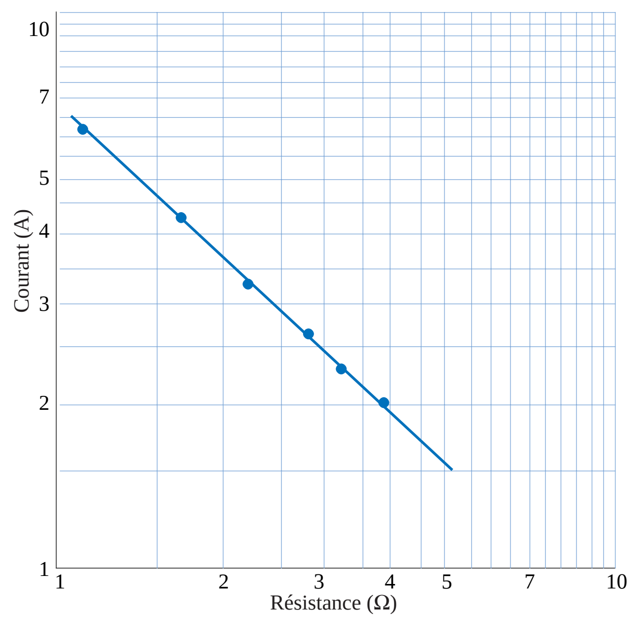
$$B = \frac{\sum \ln v_i - A\left(\sum \ln v_i\right)}{n}$$

$$= \frac{8,525 - (0,4979...\times -0,585)}{9} \approx -0,6900...$$

Cela donne le modèle $v = 0,5\ h^{1/2}$. À une hauteur de 10 m, la vitesse de sortie serait 1,53 $m^3$/min,

13. *a*) La variable indépendante est la résistance.

*b*) La représentation sur papier bilinéaire suggère une relation de puissance avec un exposant négatif ou une logarithmique décroissante. La représentation sur papier log-log, donnée ci-contre, suggère un lien de puissance entre les variables. On trouve :




| $R$ | $I$ | $\ln R$ | $\ln I$ | $\ln R \ln I$ | $(\ln R)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1,2 | 6,10 | 0,182 | 1,808 | 0,330 | 0,033 |
| 1,7 | 4,30 | 0,531 | 1,459 | 0,774 | 0,282 |
| 2,2 | 3,30 | 0,788 | 1,194 | 0,941 | 0,622 |
| 2,7 | 2,70 | 0,993 | 0,993 | 0,987 | 0,987 |
| 3,2 | 2,30 | 1,163 | 0,833 | 0,969 | 1,353 |
| 3,7 | 2,00 | 1,308 | 0,693 | 0,907 | 1,712 |
| 14,7 | 20,70 | 4,966 | 6,980 | 4,907 | 4,988 |

$$A = \frac{n\sum \ln R_i \ln I_i - \left(\sum \ln R_i\right)\left(\sum \ln I_i\right)}{n\sum (\ln R_i)^2 - \left(\sum \ln R_i\right)^2}$$

$$= \frac{6\times(4,907) - (4,966\times 6,980)}{6\times 4,988 - (4,966)^2} = -0,9919...$$

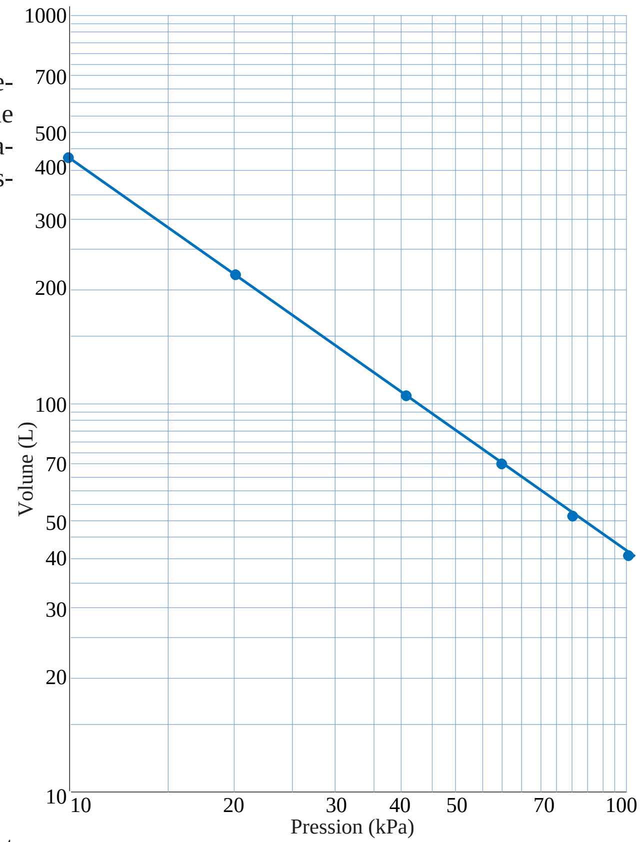
$$B = \frac{\sum \ln I_i - A\left(\sum \ln R_i\right)}{n} = \frac{6,980 - (-0,9919...\times 4,966)}{6} \approx 1,9834...$$

La constante $A$ est assez proche de –1, ce qui confirme l'existence d'un lien inversement proportionnel. On trouve : $\ln I = -\ln R + 1,98$. D'où $\ln I = \ln R^{-1} + 1,98$ et $I = R^{-1} \times e^{1,98} = 7,24\ R^{-1}$. On a donc :

$$I = \frac{7,24}{R}$$

14. *a*) La variable indépendante est la pression.

*b*) La représentation sur papier bilinéaire suggère une relation de puissance avec un exposant négatif ou une logarithmique décroissante. La représentation sur papier log-log, donnée ci-contre, suggère un lien de puissance entre les variables. On trouve :




| $p$ | $V$ | $\ln p$ | $\ln V$ | $\ln p \ln V$ | $(\ln p)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 10,0 | 420,00 | 2,303 | 6,040 | 13,908 | 5,302 |
| 20,0 | 210,00 | 2,996 | 5,347 | 16,019 | 8,974 |
| 40,0 | 105,00 | 3,689 | 4,654 | 17,168 | 13,608 |
| 60,0 | 70,00 | 4,094 | 4,248 | 17,395 | 16,764 |
| 80,0 | 52,50 | 4,382 | 3,961 | 17,356 | 19,202 |
| 100,0 | 42,00 | 4,605 | 3,738 | 17,213 | 21,208 |
| 310,0 | 899,50 | 22,069 | 27,988 | 99,058 | 85,058 |

$$A = \frac{n\sum \ln p_i \ln V_i - \left(\sum \ln p_i\right)\left(\sum \ln V_i\right)}{n\sum (\ln p_i)^2 - \left(\sum \ln p_i\right)^2}$$

$$= \frac{6\times(99{,}058) - (22{,}069\times 27{,}988)}{6\times 85{,}058 - (22{,}069)^2} = -1$$

$$B = \frac{\sum \ln V_i - A\left(\sum \ln p_i\right)}{n}$$

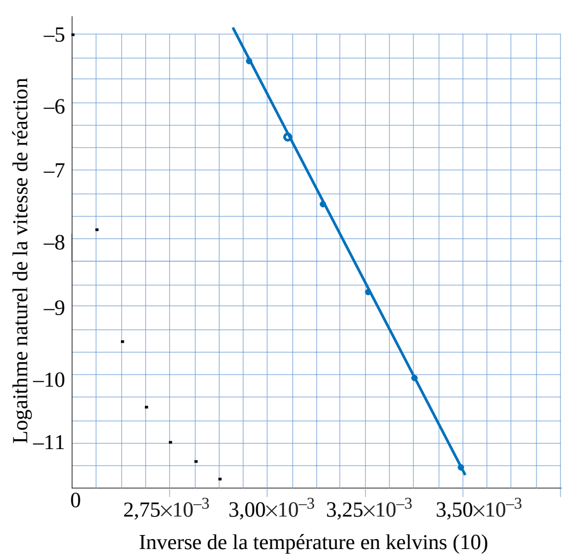
$$= \frac{27{,}988 - (-1\times 22{,}069)}{6} \approx 8{,}3428...$$

*c*) La constante $A$ est égale à –1, ce qui confirme fortement l'existence d'un lien inversement proportionnel. On trouve :

$\ln V = -\ln p + 8{,}34$ . D'où $\ln V = \ln p^{-1} + 8{,}34$ et $V = p^{-1} \times e^{8{,}34} = 4\ 188\ p^{-1}$. On a donc :

$$V = \frac{4\ 200}{p}$$

15. *a*) Pour confirmer graphiquement l'existence du lien affine entre les variables $\ln k$ et $1/T$, l'usage, en chimie, est de représenter les couples ($1/T$; $\ln k$) sur un papier à échelle linéaire. Il faut donc calculer les couples à partir des données expérimentales, puis représenter graphiquement.




| $t$ (°C) | $k$ (L/mol·s) | $T$ (°K) | $1/T$ | $\ln k$ |
|---|---|---|---|---|
| 15 | $9{,}37 \times 10^{-06}$ | 288 | 0,00347 | –11,57812 |
| 25 | $3{,}87 \times 10^{-05}$ | 298 | 0,00336 | –10,15958 |
| 35 | $1{,}46 \times 10^{-04}$ | 308 | 0,00325 | –8,83315 |
| 45 | $5{,}05 \times 10^{-04}$ | 318 | 0,00314 | –7,59015 |
| 55 | $1{,}62 \times 10^{-03}$ | 328 | 0,00305 | –6,42294 |
| 65 | $4{,}87 \times 10^{-03}$ | 338 | 0,00296 | –5,32480 |

Le graphique confirme l'existence d'un lien affine de la forme :

$\ln k = a(1/T) + b$, où $a$ est négatif *b*) Déterminons le coefficient $a$ par régression.

| $t$ (°C) | $k$ (L/mol·s) | $T$ (°K) | $1/T$ | $\ln k$ | $1/T \ln k$ | $(1/T)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | $9{,}37 \times 10^{-06}$ | 288 | 0,00347 | –11,57812 | –0,040202 | 0,00001206 |
| 25 | $3{,}87 \times 10^{-05}$ | 298 | 0,00336 | –10,15958 | –0,034093 | 0,00001126 |
| 35 | $1{,}46 \times 10^{-04}$ | 308 | 0,00325 | –8,83315 | –0,028679 | 0,00001054 |
| 45 | $5{,}05 \times 10^{-04}$ | 318 | 0,00314 | –7,59015 | –0,023868 | 0,00000989 |
| 55 | $1{,}62 \times 10^{-03}$ | 328 | 0,00305 | –6,42294 | –0,019582 | 0,00000930 |
| 65 | $4{,}87 \times 10^{-03}$ | 338 | 0,00296 | –5,32480 | –0,015754 | 0,00000875 |
| | | | 0,01923 | –49,90874 | –0,162178 | 0,00006180 |

$$a = \frac{n\sum (1/T_i)\ln k_i - \left(\sum \ln(1/T_i)\right)\left(\sum \ln k_i\right)}{n\sum (\ln(1/T_i))^2 - \left(\sum \ln(1/T_i)\right)^2} = \frac{6\times(-0{,}16218) - (0{,}01923\times -49{,}90874)}{6\times 0{,}00006 - (0{,}01923)^2} = -12174{,}457$$

Le taux de variation est –12174,457.

*c*) Nous avons vu au chapitre 4 que $E_a = -Ra$, où $R = 8{,}315$ et on obtient $E_a = 101230{,}61$. On retiendra $1{,}0 \times 10^5$ comme énergie d'activation.

*d*) Déterminons le paramètre $b$,

$$b = \frac{\sum \ln k_i - a\left(\sum (1/T_i)\right)}{n} = \frac{-49{,}90874 - (-12174{,}457\times 0{,}01923)}{6} \approx 30{,}6943...$$

La correspondance est alors décrite par : $\ln k = \dfrac{-12174{,}457}{T} + 30{,}6943$

*e*) Sous forme exponentielle, on a : $k = 2{,}14 \times 10^{13}\, e^{-12174{,}457/T}$

16. *i*) *a*) Exponentielle
*b*) Croissante et concave vers le haut puisque $A > 0$.
*c*) $y = 2{,}29 \times 10^5(1{,}18)^x$

*ii*) *a*) Logarithmique
*b*) Croissante et concave vers le bas puisque $A > 0$.
*c*) $y = 3{,}30 \log x + 4{,}80$

*iii*) *a*) Exponentielle
*b*) Décroissante, concave vers le haut puisque $A < 0$.
*c*) $y = 8{,}91(0{,}83)^x$

*iv*) *a*) Puissance
*b*) Croissante et concave vers le haut puisque $A > 0$.
*c*) $y = 2{,}5 \times 10^3 x^3$

*v*) *a*) Puissance
*b*) Croissante et concave vers le bas puisque $0 < A < 1$.
*c*) $y = 5x^{1/2}$

*vi*) *a*) Logarithmique
*b*) Décroissante et concave vers le haut puisque $A < 0$.
*c*) $y = -2{,}09\log x + 25{,}8$

17. *i*) *a*) Exponentielle
*b*) Croissante et concave vers le haut puisque $A > 0$.
*c*) $y = 3{,}60e^{0{,}150x}$

*ii*) *a*) Puissance
*b*) Croissante et concave vers le haut puisque $A > 0$.
*c*) $y = 3{,}69 \times 10^9 x^{1{,}50}$

*iii*) *a*) Logarithmique
*b*) Croissante, concave vers le bas puisque $A > 0$.
*c*) $y = 1{,}50 \ln x + 22{,}03$

*iv*) *a*) Puissance
*b*) Croissante, concave vers le bas, puisque :
$0 < A < 1$.
*c*) $y = 29{,}96\, x^{0{,}30}$

18. *a*) Dans ce cas, on dispose de deux données, on trouvera donc la pente en calculant le rapport de la variation du logarithme naturel des vitesses sur la variation de l'inverse multiplicatif des températures en kelvins. Cela donne :

$$a=\frac{\ln\left(\frac{k_2}{k_1}\right)}{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}}=\frac{\ln\left(\frac{2,7\times10^{-4}}{2,0\times10^{-5}}\right)}{\frac{1}{313}-\frac{1}{293}}=\frac{\ln\left(\frac{2,7}{0,2}\right)}{\frac{1}{313}-\frac{1}{293}}=-11934,503...$$

Puisque $E_a = -Ra$, on obtient : $E_a = -8,315 \times -11\,934,503... = 99\,235,39...$
L'énergie d'activation est de $1,0 \times 10^5$ J/mol.

*b*) L'équation d'Arrhenius sous forme logarithmque s'écrit : $\ln k=-\frac{E_a}{RT}+\ln A$. En substituant les données d'un des couples, on obtient :

$$\ln(2,0\times10^{-5})=-\frac{1,0\times10^5}{8,315}\times\frac{1}{293}+\ln A \text{ et}$$

$$\ln A=\ln(2,0\times10^{-5})-11934,503=-10,819+11934,503\times\frac{1}{293}=29,91$$

On a $\ln A = 29,91$, d'où $A = e^{29,91} = 9,77 \times 10^{12}$.

*c*) $k=Ae^{-E_a/RT}=9,77\times10^{12}e^{-11934,503/T}$

19. *a*) Le temps de dédoublement est de 8,5 h.
*b*) Il faudrait ensemencer $8 \times 10^5$ cellules.

20. *a*) Dans ce cas, on dispose de deux données, on trouvera donc la pente en calculant le rapport de la variation du logarithme naturel des vitesses sur la variation de l'inverse multiplicatif des températures en kelvins. Cela donne :

$$a=\frac{\ln\left(\frac{k_2}{k_1}\right)}{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}}=\frac{\ln\left(\frac{8,53\times10^{10}}{6,84\times10^{8}}\right)}{\frac{1}{523}-\frac{1}{183}}=-1358,49...$$

Puisque $E_a = -Ra$, on obtient : $E_a = -8,315 \times -1358,49... = 11295,90...$
L'énergie d'activation est de $1,1 \times 10^4$ J/mol.

*b*) L'équation d'Arrhenius sous forme logarithmque s'écrit : $\ln k=-\frac{E_a}{RT}+\ln A$. En substituant les données d'un des couples, on obtient :

$$\ln(6,84\times10^8)=-1358,49\times\frac{1}{183}+\ln A \text{ et } \ln A=\ln(6,84\times10^8)+1358,49\times\frac{1}{183}=27,77$$

On a $\ln A = 27,77$, d'où $A = e^{27,77} = 1,15 \times 10^{12}$.

*c*) $k=Ae^{-E_a/RT}=1,15\times10^{12}e^{-1358,49/T}$

21. *a*) Le temps de dédoublement est de 4 h.
*b*) Il faudrait ensemencer $1,2 \times 10^4$ cellules.

22. *a*) Dans ce cas, on dispose de deux données, on trouvera donc la pente en calculant le rapport de la variation du logarithme naturel des vitesses sur la variation de l'inverse multiplicatif des températures en kelvins. Cela donne :

$$a=\frac{\ln\left(\frac{k_2}{k_1}\right)}{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}}=\frac{\ln\left(\frac{1,08\times10^{1}}{2,81\times10^{-1}}\right)}{\frac{1}{923}-\frac{1}{773}}=-17356,31...$$

Puisque $E_a = -Ra$, on obtient : $E_a = -8,315 \times -17356,31... = 144317,738...$
L'énergie d'activation est de $1,4 \times 10^5$ J/mol.

*b*) L'équation d'Arrhenius sous forme logarithmque s'écrit : $\ln k = -\dfrac{E_a}{RT} + \ln A$. En substituant les données d'un des couples, on obtient :

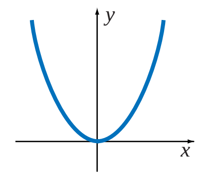
$\ln(2{,}81 \times 10^{-1}) = -17356{,}31 \times \dfrac{1}{773} + \ln A$ et $\ln A = \ln(2{,}81 \times 10^{-1}) + 17356{,}31 \times \dfrac{1}{773} = 21{,}18$ et

On a $\ln A = 21{,}18$, d'où $A = e^{21{,}18} = 1{,}58 \times 10^9$.

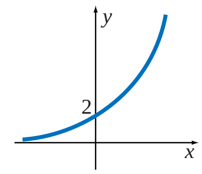
*c*) $k = Ae^{-E_a/RT} = 1{,}59 \times 109e^{-17356{,}31/T}$

## 5.4 EXERCICES

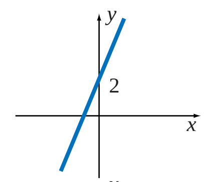
1. *a*) La fonction est définie par $y = 3x^2$, c'est une fonction quadratique, son graphique est une parabole. Puisque le paramètre $a = 3$ est positif, elle est donc concave vers le haut. De plus, elle passe à l'origine (0; 0) et c'est en ce point qu'elle atteint son minimum. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 6.



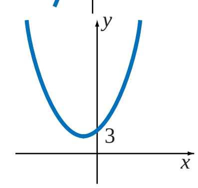

*b*) La fonction est définie par $y = 2\times3^x$, c'est une fonction exponentielle de base 3. Son graphique est une courbe croissante et concave vers le haut. De plus, elle passe par le point (0; 2) et n'est jamais négative. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 13.



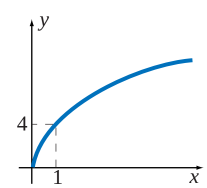

*c*) La fonction est définie par $y = 3x + 2$, c'est une fonction affine. Son graphique est une droite dont la pente est 3 et l'ordonnée à l'origine est 2. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 12.



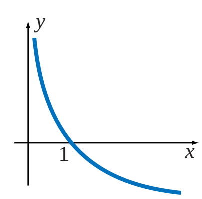

*d*) La fonction est définie par $y = 3x^2 + 2x + 3$, c'est une fonction quadratique, son graphique est une parabole. Puisque le paramètre $a = 3$ est positif, elle est donc concave vers le haut. De plus, son ordonnée à l'origine est (0; 3). Son déterminant est $b^2 - 4ac = 4 - 4\times3\times3 = -32 < 0$, elle n'a donc pas de zéro réel, ce qui signifie qu'elle ne coupe pas l'axe horizontal. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 18.



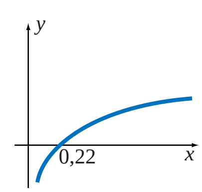

*e*) La fonction est définie par $y = 4\sqrt{x}$, c'est une fonction puissance avec un exposant fractionnaire, son graphique est une courbe croissante et concave vers le bas. De plus, son ordonnée à l'origine est (0; 0) et l'image de 1 est 4, la courbe passe donc au point (1; 4). La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 4.



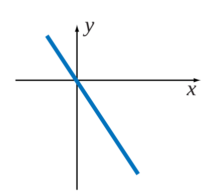

*f*) La fonction est définie par $y = \log_{0,5} x$, c'est une fonction logarithmique de base comprise entre 0 et 1, elle est donc décroissante et concave vers le haut. De plus, elle passe au point (1; 0). La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 8.



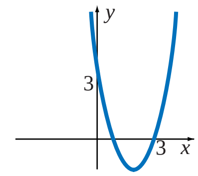

*g*) La fonction est définie par $y = 3 \log x + 2$, c'est une fonction logarithmique de base 10, elle est donc croissante et concave vers le bas. De plus, elle s'annule lorsque $3 \log x + 2 = 0$, ce qui donne $\log x = -2/3$ et $x = 10^{-2/3} \approx 0{,}22$. Elle passe donc au point (1; 0,22). La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 5.



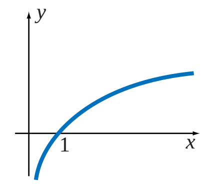

*h*) La fonction est définie par $y = -2x$, c'est une fonction affine dont la pente est –2 et l'ordonnée à l'origine est 0. Son graphique est une droite passant par (0; 0) et dont la pente est –2. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 9.



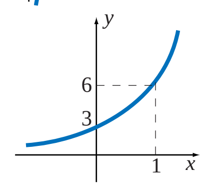
*i*) La fonction est définie par $y = 3x^2 - 10x + 3$, c'est une fonction quadratique. Son graphique est donc une parabole. Puisque le paramètre $a = 3$ est positif, elle est donc concave vers le haut. De plus, son ordonnée à l'origine est (0; 3). Son déterminant est $b^2 - 4ac = 100 - 4\times3\times3 = 64 > 0$, elle a donc deux zéros réels, ce qui signifie qu'elle coupe l'axe horizontal en deux points distincts. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 2.



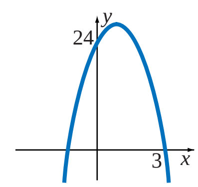

*j*) La fonction est définie par $y = 3 \ln x$, c'est une fonction logarithmique de base $e$, elle est donc croissante et concave vers le bas. De plus, elle s'annule lorsque $3 \ln x = 0$, ce qui donne $\ln x = 0$ et $x = e^0 = 1$. Elle passe donc au point (1;1). La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 14.



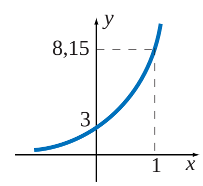

*k*) La fonction est définie par $y = 3\times2^x$, c'est une fonction exponentielle de base 2. Son graphique est une courbe croissante et concave vers le haut. De plus, elle passe par le point (0; 3) et n'est jamais négative. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 3.



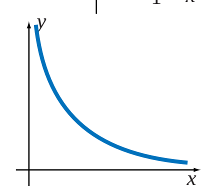

*l*) La fonction est définie par $y = -4x^2 + 4x + 24$, c'est une fonction quadratique, son graphique est une parabole. Puisque le paramètre $a = -4$ est négatif, elle est concave vers le bas. De plus, son ordonnée à l'origine est (0; 24). Son déterminant $b^2 - 4ac = 4 - 4\times-4\times24 = 388 > 0$, elle a donc deux zéros réels, ce qui signifie qu'elle coupe l'axe horizontal en deux points distincts. De plus, la fonction s'annule à $x = 3$, la courbe passe donc au point (3; 0). La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 7.



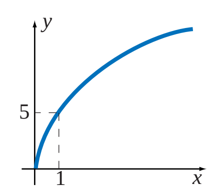

*m*) La fonction est définie par $y = 3e^x$, c'est une fonction exponentielle de base $e$. Son graphique est une courbe croissante et concave vers le haut. La courbe passe par le point (0; 3) et n'est jamais négative. De plus, si $x = 1$, on trouve $y = 3e = 3\times2{,}718... \approx 8{,}15$. La courbe passe donc au point (1; 8,15). Celle qui correspond à cette description est la courbe numéro 7.



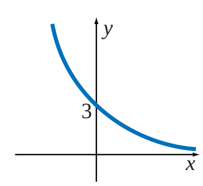

*n*) La fonction est définie par $y = 10x^{-2,8}$, c'est une fonction puissance d'exposant négatif. Son graphique est une courbe décroissante, concave vers le haut et elle n'est jamais négative. De plus, la correspondance n'est pas définie à $x = 0$, ce qui signifie que le graphique ne coupe pas l'axe vertical. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 17.




*o*) La fonction est définie par $y = 5x^{5/7}$, c'est une fonction puissance d'exposant positif et plus petit que 1. Son graphique est une courbe croissante, concave vers le bas. De plus, la correspondance est définie à $x = 0$, on trouve alors $y = 0$, ce qui signifie que le graphique passe à l'origine. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 16.




*p*) La fonction est définie par $y = 3\times0{,}85^x$, c'est une fonction exponentielle de base 0,85. Son graphique est une courbe décroissante et concave vers le haut. De plus, elle passe par le point (0; 3) et n'est jamais négative. La courbe qui correspond à cette description est la courbe numéro 1.



2. *a*) On doit isoler la variable dépendante indiquée, regrouper les constantes et les représenter par un symbole plus simple si cela est nécessaire, ce qui donne :

*i*) $P = \frac{nRT}{V} = \frac{a}{V}$, puisque $n$, $R$ et $T$ sont des constantes positives.
Relation de puissance
Les variables sont inversement proportionnelles.
La courbe est décroissante et concave vers le haut.

*ii*) $P = \frac{nRT}{V} = aT$ , puisque $n$, $R$ et $V$ sont des constantes positives.
Relation affine entre $P$ et $T$.
Les variables sont directement proportionnelles.
La courbe est une droite croissnte qui passe par l'origine.

*iii*) $P = \frac{nRT}{V} = a\left(\frac{1}{V}\right)$, puisque $n$, $R$ et $T$ sont des constantes positives.
Relation affine entre $P$ et $1/V$.
Les variables sont directement proportionnelles.
La courbe est une droite croissante qui passe par l'origine.

*b*) On doit isoler la variable dépendante indiquée, regrouper les constantes et les représenter par un symbole plus simple si cela est nécessaire, ce qui donne :

*i*) $[A] = [A]_0 10^{-kt} = ab^t$, puisque est une constante et $[A]$ est une constante positive.
Relation exponentielle croissante et concave vers le haut si $k > 0$.
Relation exponentielle décroissante et concave vers le bas si $k < 0$.

*ii*) $t = \frac{-1}{k}\log[A] + \frac{1}{j}\log[A]_0 = a\log[A] + c$ , puisque $-1/k$ est une constante et $[A_0]$ est une constante positive.
Relation logarithmique croissante et concave vers le bas si $k < 0$.
Relation exponentielle décroissante et concave vers le haut si $k > 0$.

*c*) $E = S \log c_s + K = a \log c_s + b$, puisque $K$ et $S$ sont des constantes positives.
Relation logarithmique croissante et concave vers le bas puisque $S > 0$.

*d*) $\alpha = \frac{[\alpha]_\lambda^t\, l}{100} \times c = ac$, puisque $[\alpha]_\lambda^t$ et $l$ sont des constantes positives.
Relation affine croissante.
Les variables sont directement proportionnelles.
La courbe est une droite croissnte qui passe par l'origine.

*e*) On doit isoler la variable dépendante indiquée, regrouper les constantes et les représenter par un symbole plus simple si cela est nécessaire, ce qui donne :

*i*) $\eta = \frac{\pi r^4 pt}{8V} \times \frac{1}{l} = \frac{a}{l}$, puisque $r$, $p$, $t$ et $V$ sont des constantes positives.
Relation de puissance
Les variables sont inversement proportionnelles.
La courbe est décroissante et concave vers le haut.

*ii*) $\eta = \frac{\pi pt}{8Vl} \times r^4 = ar^4$, puisque $l$, $p$, $t$ et $V$ sont des constantes positives.
Relation de puissance
La variable indépendante est directement proportionnelle à la quatrième puissance de la variable indépendante.
La courbe est croissante et concave vers le haut.

*f*) $[\alpha]_\lambda^t = -0,266t + 86,504 + 66,50l = at + b$, puisque $\lambda$ et $l$ sont des constantes.
Relation affine
La courbe est une droite décroissante puisque $a = -0,266$ et l'image de 0 est $86,504 + 66,50l$.

*g*) On doit isoler la variable dépendante indiquée, regrouper les constantes et les représenter par un symbole plus simple si cela est nécessaire, ce qui donne :

*i*) $\ln s = \frac{-\Delta H_s}{R} \times \frac{1}{T} + I = a \times \frac{1}{T} + b$, puisque $R$, $\Delta H_s$, et $I$ sont des constantes.
Relation affine

Le taux de variation est $\frac{-\Delta H_s}{R}$ et l'image de 0 est $I$.

*ii*) $\ln s = \frac{-\Delta H_s}{R} \times \frac{1}{T} + I = a \times \frac{1}{T} + b$, $R$, $\Delta H_s$, et $I$ sont des constantes.
Relation exponentielle
La base de l'exponentielle est $e^{-\Delta H_s/R}$.

3. *a*) On cherche $t$ tel que $N = N_0(1{,}15)^t = 3N_0$, d'où $(1{,}15)^t = 3$ et $t \ln 1{,}15 = \ln 3$. Cela donne : $t = \frac{\ln 3}{\ln 1{,}15} = 7{,}86...$ environ 7 heures et 50 minutes.

*b*) On cherche $t$ tel que $N = N_0(1{,}15)^t = 2N_0$, d'où $(1{,}15)^t = 2$ et $t \ln 1{,}15 = \ln 2$. Cela donne : $t = \frac{\ln 2}{\ln 1{,}15} = 4{,}959...$ soit environ 5 heures.

*c*) Pour écrire l'équation $N = N_0(1{,}15)^t$ sous la forme $N = N_0e^{kt}$, il faut exprimer 1,15 dans la base $e$. Puisque $\ln 1{,}15 = 0{,}13976...$, soit environ 0,14, on a : $N = N_0e^{0{,}14t}$.

*d*) La base de la fonction $N = N_0(1{,}15)^t$ est 1,15 et $t$ est en heures. Cela qui signifie que l'accroissement est de 15% par heure.

4. *a*) $3{,}18(1 + \alpha)^{2{,}15} = e^{2{,}57}$, d'où $(1+\alpha)^{2{,}15} = \frac{e^{2{,}57}}{3{,}18}$. En prenant le logarithme, on a $2{,}15\ \ln(1+\alpha)^{2{,}15} = \ln\left(\frac{e^{2{,}57}}{3{,}18}\right)$, d'où

$\ln(1+\alpha)^{2{,}15} = \frac{1}{2{,}15}\ln\left(\frac{e^{2{,}57}}{3{,}18}\right)$. D'où : $\ln(1+\alpha)^{2{,}15} = \frac{1}{2{,}15}\ln\left(\frac{e^{2{,}57}}{3{,}18}\right)$ et

$\ln(1+\alpha) = \frac{1}{2{,}15}\ln\left(\frac{e^{2{,}57}}{3{,}18}\right) = \frac{1}{2{,}15}\left(\ln e^{2{,}57} - \ln 3{,}18\right) = \frac{1}{2{,}15}(2{,}57 - \ln 3{,}18) = 0{,}65726...$

On a donc $(1 + \alpha) = e^{0{,}65726...} = 1{,}9294...$, ce qui donne $\alpha = 0{,}9294...$ L'ensemble solution est donc $\{0{,}9294\}$.

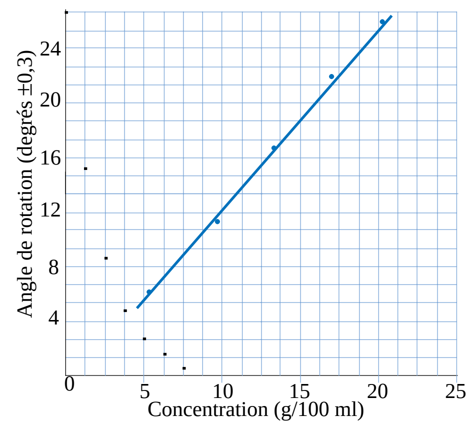
*b*) $\log x - \log(10x + 2) = 2 - \log(20x + 780)$ en regroupant les termes contenant l'inconnue, on obtient :
$\log x + \log(20x + 780) - \log(10x + 2) = 2$. Les propriétés des logarithmes permettent alors d'écrire :
$\log\left(\frac{x(20x+780)}{10x+2}\right) = 2$ ce qui donne : $\frac{x(20x+780)}{10x+2} = 10^2$ et $\frac{10x(2x+78)}{10x+2} = 10^2$. En simplifiant, on a : $\frac{x(2x+78)}{10x+2} = 10$ qui donne $2x^2 + 78x = 100x + 20$ et $2x^2 - 22x - 20 = 0$ ou $x^2 - 11x - 10 = 0$. En factorisant, on a : $(x - 10)(x - 1) = 0$ d'où l'ensemble solution est $\{1; 11\}$.

*c*) $\frac{t-5}{\ln 2{,}50} = t \ln 0{,}145$, ce qui donne $t - 5 = t \ln 0{,}145 \ln 2{,}50$ et $t - t \ln 0{,}145 \ln 2{,}50 = 5$. En factorisant, on a :

$t\,(1 - \ln 0{,}145 \ln 2{,}50) = 5$ et $t = \frac{5}{1 - \ln 0{,}145 \ln 2{,}50} = 1{,}81$. L'ensemble solution est $\{1{,}81\}$.

*d*) $\frac{e^{2t+1}}{2{,}75} = 3{,}50 \times 4{,}81^{0{,}175t}$ qui donne $e^{2t+1} = 2{,}75 \times 3{,}50 \times 4{,}81^{0{,}175t} = 9{,}625 \times 4{,}81^{0{,}175t}$. En prenant le logarithme naturel, on a : $2t + 1 = \ln 9{,}625 + 0{,}175\, t \ln 4{,}81$. En regroupant et en factorisant, $t\,(2 - 0{,}175 \ln 4{,}81) = 9{,}625 - 1$.

Cela donne $t = \frac{8{,}625}{2 - 0{,}175 \ln 4{,}81)} = 4{,}999...$ L'ensemble solution est $\{4{,}999\}$.

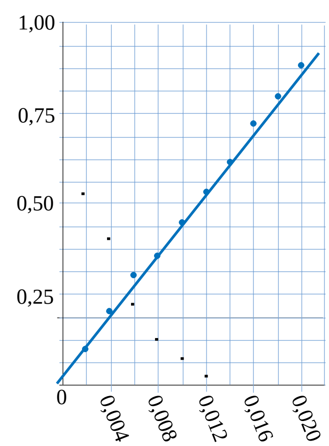



5. *a*) La représentation graphique suggère un lien affine entre les variables et on trouve :

| $c$ | $A$ | $cA$ | $c^2$ |
|---|---|---|---|
| 5,0174 | 6,4000 | 32,1114 | 25,1743 |
| 9,0160 | 11,7500 | 105,9380 | 81,2883 |
| 13,0130 | 17,2500 | 224,4743 | 169,3382 |
| 17,0034 | 22,5000 | 382,5765 | 289,1156 |
| 20,0724 | 26,3000 | 527,9041 | 402,9012 |
| 64,1222 | 84,2000 | 1273,0042 | 967,8176 |

$A = 1{,}327c - 0{,}0812$

*b*) 12,30



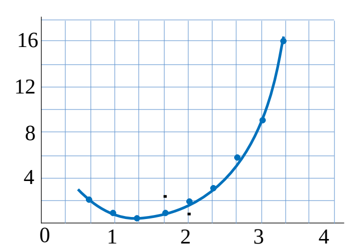

6. *a*) La représentation graphique suggère un lien affine entre les variables et on trouve :

| $C$ | $A$ | $CA$ | $C^2$ |
|---|---|---|---|
| 0,0020 | 0,1100 | 0,0002 | 0,000004 |
| 0,0040 | 0,1800 | 0,0007 | 0,000016 |
| 0,0060 | 0,2700 | 0,0016 | 0,000036 |
| 0,0080 | 0,3500 | 0,0028 | 0,000064 |
| 0,0100 | 0,4500 | 0,0045 | 0,000100 |
| 0,0120 | 0,5410 | 0,0065 | 0,000144 |
| 0,0140 | 0,6110 | 0,0086 | 0,000196 |
| 0,0160 | 0,7190 | 0,0115 | 0,000256 |
| 0,0180 | 0,8010 | 0,0144 | 0,000324 |
| 0,0200 | 0,8890 | 0,0178 | 0,000400 |
| 0,1100 | 4,9210 | 0,0686 | 0,001540 |

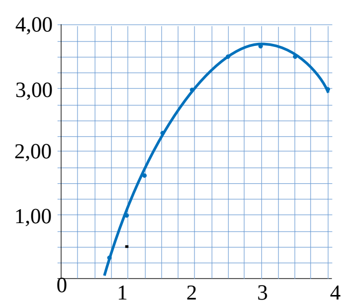
$A = 43{,}87Cdil + 0{,}0095$

En théorie, la relation en est une de proportionnalité directe.

*b*) $Cdil = 0{,}011$

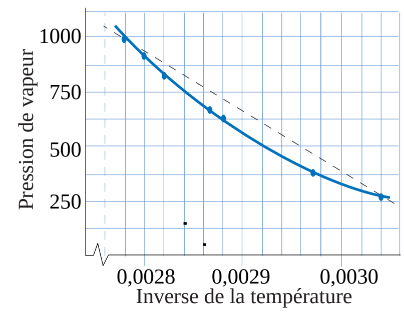


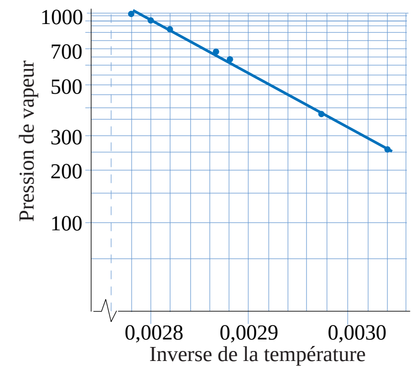

7. Une relation quadratique : $y = 3x^2 - 7x + 4$




8. Une relation quadratique : $y = -2x^2/3 + 4x - 7/3$

9. La représentation graphique sur papier à échelle linéaire donne une courbe décroissante et concave vers le haut, ce qui suggère un modèle exponentiel décroissant ou un modèle de puissance avec un exposant négatif. La représentation sur un papier dont l'échelle verticale est logarithmique donne une droite cela indique que l'hypothèse à retenir et celle d'une relation exponentielle.




| $1/T$ | $\ln p$ | $(1/T)\ln p$ | $(1/T)^2$ |
|---|---|---|---|
| 0,00305717 | 5,537 | 0,0169 | 0,0000093 |
| 0,00297619 | 5,935 | 0,0177 | 0,0000089 |
| 0,00287853 | 6,452 | 0,0186 | 0,0000083 |
| 0,00286533 | 6,525 | 0,0187 | 0,0000082 |
| 0,00283126 | 6,690 | 0,0189 | 0,0000080 |
| 0,00280741 | 6,807 | 0,0191 | 0,0000079 |
| 0,00278940 | 6,902 | 0,0193 | 0,0000078 |
| 0,02020528 | 44,847 | 0,1292 | 0,0000584 |

$\log P = -5120{,}5762(1/T) + 21{,}1872$

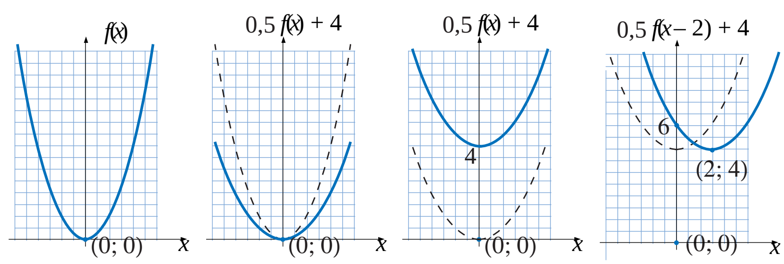
10. Il y a peu de données. Il est périlleux de déterminer une relation dans ces conditions. Les données portent à croire que la relation est de puissance.
$\ln S = -14{,}418 \ln(1/T) - 34{,}436$
$S = 1{,}11 \times 10^{-15}\ (1/T)^{5{,}00\text{¥}10-7}$
Mais la théorie nous montre que la relation est exponentielle.
$\ln S = -4180{,}200(1/T) + 16{,}889$

11. $v = 27{,}714T^{0{,}5}$

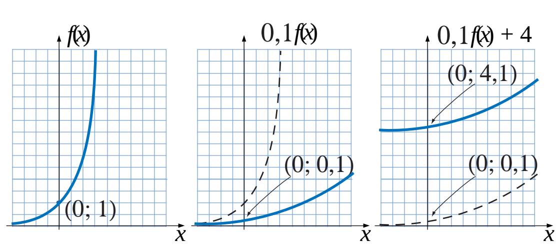
12. Une relation quadratique :
$y = -0{,}0004x^2 + 2{,}844x - 55{,}721$

13. *a*) $y = 2x^2 - 3x + 1$ *b*) 1

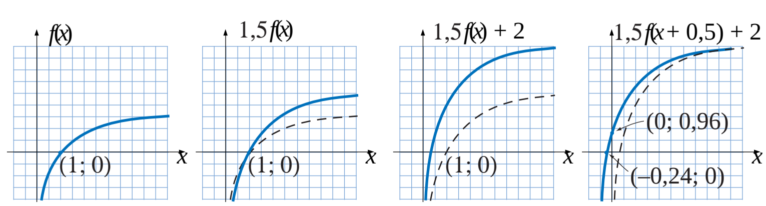
14.




15




16.



17.