CHAPITRE 3

EXERCICES 3.2

1. En substituant $y = 500$ dans l'équation $y = 10x^{1/3}$, on obtient $500 = 10x^{1/3}$, d'où :
   $50 = x^{1/3}$, en divisant les deux membres par 10;
   $(x^{1/3})^3 = 50^3$, en élevant au cube les deux membres de l'équation;
   $x = 125\,000$, en appliquant les lois des exposants.
   L'ensemble-solution est donc {125 000}.

2. En substituant $V = 10\,500$ dans l'équation $V = 5\,000(1 + i)^{19}$, on obtient $10\,500 = = 5\,000(1 + i)^{19}$, d'où :
   $2{,}1 = (1 + i)^{19}$, en divisant les deux membres par 5 000;
   $2{,}1^{1/19} = [(1 + i)^{19}]^{1/19}$, en extrayant la racine dix-neuvième des deux membres de l'équation;
   $1{,}0398 = 1 + i$, en appliquant les lois des exposants.
   $0{,}0398 = i$, en soustrayant 1 aux deux membres de l'équation.
   On trouve donc $i = 0{,}0398$.

3. On cherche r tel que $N_0(1 + r)^4 = 2N_0$, d'où :
   $(1 + r)^4 = 2$, en divisant les deux membres de l'équation par N_0;
   $[(1 + r)^4]^{1/4} = 2^{1/4}$, en extrayant la racine quatrième des deux membres de l'équation;
   $1 + r = 1{,}18920...$, en appliquant les lois des exposants;
   $r = 0{,}1892$, soit environ 19%.

4. L'équation $1{,}502((t + 3)^{2/5} + 4{,}018 = 8{,}486$ devient :
   $1{,}502(t + 3)^{2/5} = 4{,}468$, en soustrayant 4,018 aux deux membres de l'équation;
   $(t + 3)^{2/5} = 2{,}9747...$, en divisant les deux membres de l'équation par 1,502;
   $[(t + 3)^{2/5}]^5 = (2{,}9747...)^5$, en élevant les deux membres de l'équation à la cinquième puissance;
   $(t + 3)^2 = 232{,}9250...$, en appliquant les lois des exposants;
   $[(t + 3)^2]^{1/2} = (232{,}9250...)^{1/2}$, en extrayant la racine quatrième des deux membres de l'équation;
   $t + 3 = 15{,}26188...$, en appliquant les lois des exposants;
   L'ensemble-solution est donc {12,262}.

5. On a $(\alpha + 0{,}14)(\alpha^{3/2} + 0{,}27) = 0$. Or, un produit de facteur est nul si et seulement l'un ou l'autre des facteurs est nul.
   On a donc : $\alpha + 0{,}14 = 0$ ou $(\alpha^{3/2} + 0{,}27) = 0$.
   De $\alpha + 0{,}14 = 0$, on tire $\alpha = -0{,}14$.
   De $(\alpha^{3/2} + 0{,}27) = 0$, on tire $\alpha^{3/2} = -0{,}27$. En élevant au carré, $\alpha^3 = 0{,}0729$ et, en extrayant la racine cubique, $\alpha = 0{,}41774...$
   L'ensemble-solution est donc {–0,14; 0,42}.

6. L'équation $\dfrac{p(p^{5/3} - 0{,}27)}{p^2 - 0{,}9} = 0$ est définie si et seulement si $p^2 - 0{,}9 \neq 0$, d'où $p^2 \neq 0{,}9$.
   On a alors $p(p^{5/3} - 0{,}27) = 0$. Or, un produit de facteur est nul si et seulement l'un ou l'autre des facteurs est nul. On a donc : $p = 0$ ou $p^{5/3} - 0{,}27 = 0$.
   De $p^{5/3} - 0{,}27 = 0$, on tire $p^{5/3} = 0{,}27$, En élevant au cube, $p^5 = 0{,}019683$ et en extrayant la racine cinquième, on obtient : $p = 0{,}455846...$
   L'ensemble-solution est donc {0; 0,456}.

7. L'équation $\dfrac{\theta^{1/4} - 4}{\theta^2 - 65\,536} = 0$ est définie si et seulement si $\theta^2 - 65\,536 \neq 0$, d'où $(\theta - 256)(\theta + 256) \neq 0$. Le produit est non nul si et seulement si les deux facteurs sont non nuls. On a donc $\theta \neq 256$ et $\theta \neq -256$.
   Le quotient est nul lorsque le numérateur est nul et que le dénominateur est non nul. On cherche donc θ tel que : $\theta^{1/4} - 4 = 0$, d'où $\theta^{1/4} = 4$. En élevant à la puissance quatrième, on trouve $\theta = 256$. Or, lorsque $\theta = 256$, le dénominateur s'annule également et le quotient n'est pas défini.
   L'ensemble-solution est donc l'ensemble vide, $\varnothing$.

8. *a*) La variable indépendante est la distance r en mètres (m) et la variable dépendante est la force de répulsion F en newtons (N),
La force est inversement proportionnelle au carré de la distance, entre les charges cela signifie que le modèle est de la forme :

$$F=\frac{a}{r^2}$$

On sait que la force de répulsion est de 1,5 N entre les charges lorsque celles-ci sont à 3,0 m l'une de l'autre. En substituant ces données dans le modèle, on obtient l'équation :

$$1{,}5\ \text{N}=\frac{a}{3{,}0^2\ \text{m}^2}\text{, d'où : } a = 1{,}5\times 3{,}0^2\ \text{N·m}^2 = 13{,}5\ \text{N·m}^2.$$

Puisque les données ne comptent que deux chiffres significatifs, on doit considérer que la force de répulsion est de 14 N·m^2. Cependant, dans les calcul qui vont suivre, il faut utiliser la valeur 13,5 N·m^2 car, on doit compléter les calculs avant d'arrondir.
Pour répondre aux questions posées, on considérera donc que le modèle est :

$$F=\frac{13{,}5}{r^2}$$

On doit déterminer la valeur de F lorsque r = 2,0 m. En substituant dans le modèle, on obtient l'équation :

$$F=\frac{13{,}5\ \text{N}\cdot\text{m}^2}{(2{,}0)^2\ \text{m}^2}=3{,}375...\text{N}$$

Puisque les données comportent 2 chiffres significatifs, on retiendra 3,4 N comme force de répulsion entre les charges.

b) On doit déterminer la valeur de r lorsque F = 2,3 N. En substituant dans le modèle, on obtient l'équation :

$$2{,}3\ \text{N}=\frac{13{,}5\ \text{N}\cdot\text{m}^2}{r^2\ \text{m}^2}$$

En résolvant, on trouve : $r^2\ \text{m}^2=\frac{13{,}5\ \text{N}\cdot\text{m}^2}{2{,}3\ \text{N}}=5{,}865...$, d'où r = 2,4227... m.
Puisque les données comportent 2 chiffres significatifs, on retiendra 2,4 m comme distance entre les charges.

9. *a*) Représentons par C, la charge que la poutre peut supporter. De plus, représentons l'épaisseur de la poutre par h, sa largeur par λ (lambda) et la distance entre les supports par d. L'énoncé permet alors d'écrire que la charge que peut supporter la poutre est donnée par :

$$C=\frac{k\lambda h^2}{d}$$

En isolant k en isolant et en substituant les données dans cette relation mixte, on obtient :

$$k=\frac{400\ \text{kg}\times 240\ \text{cm}}{8\ \text{cm}\times 100\ \text{cm}^2}=120\ \ \text{kg}/\text{cm}^2$$

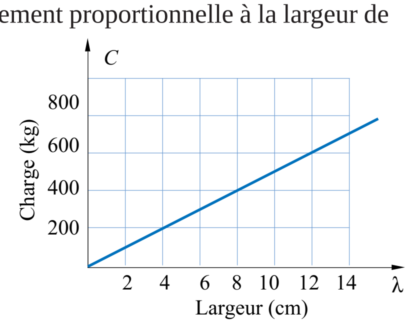
La constante de proportionnalité est 120 kg/cm^2.

b) En substituant les données et la constante dans la relation tout en considérant la largeur comme variable indépendante et la charge comme variable dépendante, on a :

$$C=\frac{120\ \ \text{kg}/\text{cm}^2\times 100\ \text{cm}^2\times\lambda\ \text{cm}}{240\ \text{cm}}=50\lambda\ \text{kg}$$

On obtient donc $C = 50\lambda$ kg. La forme est $y = ax$. C'est donc une variation directement proportionnelle à la largeur de la poutre. Cela signifie que la charge que la poutre peut supporter est directement proportionnelle à la largeur de celle-ci.

λ (cm)	4	6	8	10	12
C (kg)	200	300	400	500	600

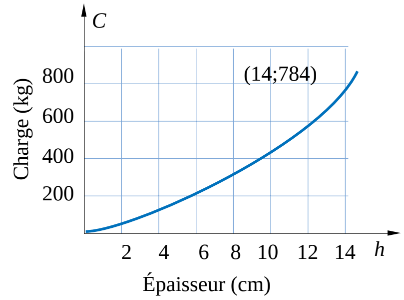


c) En substituant les données et la constante dans la relation tout en considérant l'épaisseur comme variable indépendante et la charge comme variable dépendante, on a :

$$C=\frac{120\ \ \text{kg}/\text{cm}^2\times 8\ \text{cm}\times h\ \text{cm}^2}{240\ \text{cm}}=4h^2\ \text{kg}$$

On obtient donc $C = 4h^2$ kg. La forme est $y = ax^2$. C'est donc une variation directement proportionnelle au carré de l'épaisseur de la poutre. Cela signifie que la charge que la poutre peut supporter est directement proportionnelle au carré de l'épaisseur de celle-ci.

h (cm)	8	10	12	14
C (kg)	256	400	576	784

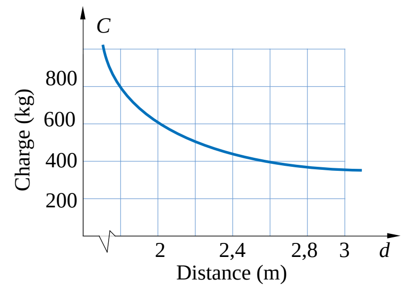


d) En substituant les données et la constante dans la relation tout en considérant la distance entre les supports comme variable indépendante et la charge comme variable dépendante, on a :

$$C = \frac{120\ \text{kg}/\text{cm}^2 \times 8\ \text{cm} \times 100\ \text{cm}^2}{d\ \text{cm}} = \frac{9{,}6 \times 10^4}{d}\ \text{kg}$$

On obtient donc $C = \dfrac{9{,}6 \times 10^4}{d}$ kg. La forme est $y = \dfrac{a}{x}$. C'est donc une variation inversement proportionnelle la distance entre les supports de la poutre. Cela signifie que la charge que la poutre peut supporter est inversement proportionnelle la distance entre ses supports.

d (m)	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
C (kg)	480	436	400	369	342	320



10. Soit I l'intensité d'éclairement, i l'intensité de la source et d a distance à la source, la relation est $I = \dfrac{ki}{d^2}$.
On souhaite que l'intensité d'éclairement soit constant et en regroupant les constantes du même côté de l'égalité, on obtient $\dfrac{I}{k} = \dfrac{i}{d^2}$. On doit donc avoir $\dfrac{I}{k} = \dfrac{i_1}{d_1^2} = \dfrac{i_2}{d_2^2}$, où i_1 = 60 W, d_1 = 1,0 m, d_2 = 1,3 m et i_2 est l'inconnue. En substituant les données, on a alors $\dfrac{60\ \text{W}}{(1{,}0)^2\ \text{m}^2} = \dfrac{i_2}{(1{,}3)^2\ \text{m}^2}$, d'où $i_2 = \dfrac{60\ \text{W} \times (1{,}3)^2\ \text{m}^2}{(1{,}0)^2\ \text{m}^2} = 101{,}4$.
Il faudra utiliser une ampoule de 100 W.

11. Posons d la distance en mètres (m) et s le temps en secondes (s). On indique dans la donnée que la distance parcourue est proportionnelle au carré du temps. Cela signifie que $d(t) = kt^2$. de plus, le corps tombe de 4,9 m en 1 seconde. En substituant ces données, on a 4,9 m = $k(1)^2$ s^2, d'où k = 4,9 m/s^2. Le modèle est donc $d(t) = 4{,}9t^2$. On obtient la distance parcourue en 3 s en substituant 3 à t dans le modèle, cela donne $d(3)$ = 44,1 qu'on arrondit à 44 m. Le corps tombe de 44 m durant les trois première secondes.
Pour déterminer le temps nécessaire pour parcourir les 30 premiers mètre, on substitue 30 à d dans le modèle. Cela donne 30 m = 4,9 m/s^2 × t^2 s^2. D'où $t^2 = \dfrac{30\ \text{m}}{4{,}9\ \text{m}/\text{s}^2} = 6{,}12244...\ \text{s}^2$ et en extrayant la racine, t = 2,47435... qu'on arrondit à 2,5 s.

12. Soit F, la force en newtons (N), A, l'aire de la vitre en mètres carrés (m^2) et v, la vitesse du vent (m/h). On a alors $F = kAv^2$, En substituant les données dans cette relation, on obtient 50 N = k 0,25 m^2 × (20 000)^2 (m/h)^2 d'où, $k = 5 \times 10^{-7}$. La variation mixte est décrite par : $F = 5 \times 10^{-7}Av^2$.
On désire connaître la force exercée par un vent de 32 km/h sur une surface de 1,6 m^2. En substituant dans la formule de la variation mixte, on a : $F = 5 \times 10^{-7} \times 1{,}6\ \text{m}^2 \times (32\ 000\ \text{m/h})^2 = 819{,}2$. La force exercée est donc de 819 N.
La pression est le rapport de la force divisée par la surface. Dans ce cas, on a P = 819,2 N/1,6 m^2 = 512 N/m^2.

13. Soit d, la distance en kilomètres (km) et h, la hauteur en mètres (m). Puisque la distance de l'horizon en mer est directement proportionnelle à la racine carrée de la hauteur du point d'observation, on a : $d = k\sqrt{h}$.
En substituant les données, on obtient : $25\ 000 = k\sqrt{60}$. En résolvant l'équation, on trouve k = 3 227. Le modèle est donc : $d = 3\ 227\sqrt{h}$.
On cherche la distance d à laquelle est visible une lampe de bateau à 12 m du niveau de la mer. Cela donne :
$d = 3\ 227\ \dfrac{\text{m}}{\text{m}}\sqrt{12\ \ \text{m}^2} = 3\ 227\ \sqrt{12}\ \text{m} = 11178{,}655...$ La lampe sera donc visible à 11,2 km.

Pour que la lumière du phare soit visible à 40 km, la hauteur de cette lumière doit être donnée par :

$40\ 000 \text{ m} = 3\ 227 \frac{\text{m}}{\text{m}} \sqrt{h \ \ \text{m}^2}$. En simplifiant les unités et en isolant, on obtient : $\sqrt{h} \ = \frac{40\ 000}{3\ 227} \text{ m} = 12,3954...$

En élevant au carré, on a :h = 153,646...

Pour être visible à 40 km, la lumière doit être à 154 m du niveau de la mer. Puisque le promontoire a une hauteur de 30 m, la hauteur du phare devra être de 124 m.

14. Soit N, le nombre de tours de la roue, t, le temps en secondes (s) et d la distance parcourue.
Puisque la circonférence d'une roue est donnée par $C = 2\pi r$ et que le diamètre et de 0,8 m, le rayon est donc de 0,4 m et $C = 2\pi \times 0,4 = 0,8\pi$ m = 2,5132.... Un tour représente une distance de 2,5 m.
Puisque la roue fait 4 t/s, la distance parcourue en une seconde est 10 m. La vitesse est donc de 10 m/s. La relation entre décrivant la distance parcourue en fonction du temps est donc $d(t) = 10t$ m.
a) $d(10) = 100$ m *b*) $d(120) = 1\ 200$ m

15. Soit A, l'aire de la surface de la sphère (cm^2) et r, son rayon (cm).
Puisque l'aire est directement proportionnelle au rayon , on a $A = kr^2$.
En substituant les données, on obtient : $36\pi = k \times 3^2$, d'où $k = 4\pi$.
Le modèle est donc : $A(r) = 4\pi r^2$.
L'aire d'une sphère de 8 cm de rayon est alors $A(8) = 256\ \pi$ cm^2.
L'aire d'une sphère de 17 cm de rayon est alors $A(17) = 1\ 156\ \pi$ cm^2.

16. Soit V, le volume de la sphère (m^2) et r, son rayon (cm).
Puisque le volume est directement proportionnel au rayon , on a $V = kr^3$,
En substituant les données, on obtient : $288\pi = k\ 6^3$, d'où $k = 4\pi/3$
Le modèle est donc : $V(r) = 4\pi r^3/3$.
Le volume d'une sphère de 12 cm de rayon est alors $V(12) = 2\ 304\ \pi$ cm^3.
Le volume d'une sphère de 12 cm de rayon est alors $V(15) = 4\ 500\ \pi$ cm^3.

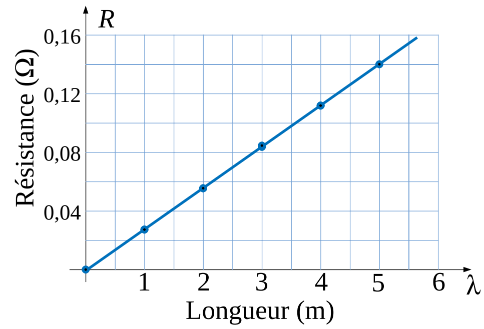
17. En isolant n dans la formule des gaz parfaits, on obtient : $n = \frac{pV}{RT}$
En substituant les données, on a alors : $n = \frac{183 \text{ kPa} \times 9,12 \text{ L}}{8,314\ 510 \ \text{ kPa} \cdot \text{L}/\text{K} \cdot \text{mol} \times 273 \text{ K}} = 0,735269... \text{ mol}$
L'échantillon contient 0,735 mol

18. En regroupant à gauche de l'égalité les variables p et V, on a : $pV = RTn$. Le produit RTn demeure constant si on ne fait qu'augmenter la pression. On doit donc avoir $p_1V_1 = p_2V_2$, où $p_1 = 6,2 \times 10^3$ kPa, $V_1 = 2,43$ L, $p_2 = 2,3 \times 10^4$ kPa
En isolant V_2 dans $p_1V_1 = p_2V_2$, on obtient : $V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2}$. En substituant les donnée, on obtient :
$$V_2 = \frac{6,2\times 10^3 \ \text{ Pa} \times 2,43 \text{ L}}{2,3\times 10^4 \text{ Pa}} = \frac{6,2\times 2,43}{2,3\times 10} \text{ L} = 0,65504... \text{ L}$$
Le volume sera donc de 0,66 L.

19. *a*) Pour trouver l'aire de la section, on doit isoler A dans $R = \rho\frac{\lambda}{A}$. Cela donne $A = \rho\frac{\lambda}{R}$.
En substituant les données du problème ainsi que la résistivité du cuivre, on obtient :
$$A = 1,72\times 10^{-8} \ \Omega\cdot\text{m} \ \times \frac{0,58 \text{ m}}{0,016\ \Omega} = 0,6235\times 10^{-6} \ \text{m}^2 = 0,6235 \text{ mm}^2$$
L'aire de la section est donc de 0,62 mm^2.
b) On peut alors exprimer la résistance de fil en fonction de sa longueur, ce qui donne :
$$R = 1,72\times 10^{-8} \ \Omega\cdot\text{m}\times\frac{\lambda}{0,62 \text{ mm}^2} = 1,72\times 10^{-8} \ \Omega\cdot\text{m}\times\frac{\lambda}{0,62\times 10^{-6} \ \text{m}^2} = 2,774..\times 10^{-2}\lambda \text{ m}$$
La résistance est alors décrite en fonction de la longueur par : $R(\lambda) = 0,02774\ \lambda$ m.

Pour une longueur de 3,2 m, la résistance sera l'image de 3,2 par cette fonction, soit :
$R(3,2) = 0,02774\ \Omega/\text{m} \times 3,2\ \text{m} = 0,088768\ \Omega$.
La résistance est de 0,088 Ω.
Remarque :
En déterminant la résistance pour différentes longueurs de ce conducteur, on obtient les correspondances du tableau suivant:

λ (m)	0	1	2	3	4	5
R (Ω)	0	0,028	0,056	0,084	0,110	0,140



La représentation graphique de ces correspondances est donnée ci-contre.

20. *a*) Si on double la valeur du rayon *r* en gardant la longueur fixe, la résistance sera divisée par 4. Si on double la valeur du rayon *r* en gardant la longueur fixe, la résistance sera divisée par 9.
b) Si on double la valeur de la longueur λ en gardant *r* fixe, la résistance sera multipliée par 2. Si on triple la valeur de la longueur λ en gardant *r* fixe, la résistance sera multipliée par 3.
c) Si on diminue de moitié la valeur de *r* en gardant λ fixe, la résistance sera multipliée par 4. Si on diminue de moitié la valeur de *r* en gardant λ fixe, la résistance sera multipliée par 9.
d) Pour que la valeur de *R* soit deux fois moins grande, il faut multiplier la résistance *r* par $\sqrt{2}$. Pour que la valeur de *R* soit trois fois moins grande. il faut multiplier la résistance *r* par $\sqrt{3}$.
e) Pour que la valeur de *R* soit deux fois moins grande, il faut diviser la longueur par 2. Pour que la valeur de *R* soit trois fois moins grande. il faut diviser la longueur par 3.

21. *a*) Pour trouver la longueur du fil, isolons λ dans $R = \rho\dfrac{\lambda}{A}$. Cela donne : $\lambda = \dfrac{RA}{\rho}$.
Déterminons l'aire de la section, puisque $A = \pi r^2$, on a $A = \pi \times (4\times10^{-3}\ \text{m})^2 = 0,50\times10^{-6}\ \text{m}^2$.
En substituant les données du problème ainsi que la résistivité de l'aluminium, on obtient

$$\lambda = \frac{RA}{\rho} = \frac{0,018\ \Omega \times 0,50 \times 10^{-6}\ \text{m}^2}{2,83 \times 10^{-8}\ \Omega{\cdot}\text{m}} = 0,32\ \text{m}$$

La longueur du fil est donc de 0,32 m.

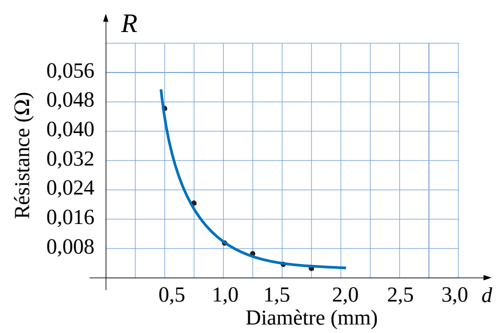
b) En substituant, on aura $R = 2,83\times10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}\times\dfrac{0,32\ \text{m}}{(\pi d^2)/4\ \text{m}^2} = \dfrac{1,15\times10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}^2}{d^2\ \text{m}^2}$.

Pour un conducteur du même matériau, de même longueur et de 1,2 mm de diamètre, la résistance sera :

$$R(1,2\times10^{-3}\ \text{m}) = \frac{1,15\times10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}^2}{1,44\times10^{-6}\ \text{m}^2} = 0,0080\ \ \Omega$$

Remarque :
En déterminant la résistance pour différentes longueurs de ce conducteur, on obtient les correspondances du tableau suivant :

d (mm)	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75
R (Ω)	0,0460	0,0205	0,0115	0,0074	0,0051	0,0038



22. *a*) $$\eta = \frac{1,6\times10^{-11}\ \text{m}^4 \times 0,998\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}\times 0,1\ \text{m}\times 4,8\ \text{s}\times\pi}{8\times1\times10^{-5}\ \text{m}^3\times0,3\ \text{m}} = 1,00329...\times10^{-3}\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\cdot\text{s}$$

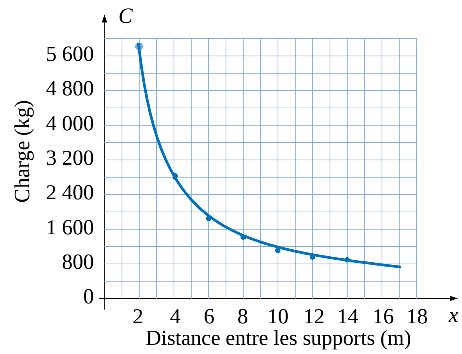
On a donc : $\eta = 1,003 \times 10^{-3}$ Pa·s.
b) La viscosité diminue, elle passe à $5,84 \times 10^{-4}$ Pa·s.

c) $t = f(r) = \dfrac{8\eta Vl}{P\pi r^4} = \dfrac{8\eta Vl}{P\pi} \times \dfrac{1}{r^4} = k\dfrac{1}{r^4} = kr^{-4}$

On obtient une relation de puissance, décroissante et concave vers le haut. On peut dire que le temps d'écoulement est inversement proportionnelle à la puissance quatre du rayon.

d) $t = g(V) = \dfrac{8\eta Vl}{P\pi r^4} = \dfrac{8\eta l}{P\pi r^4} \times V = kV$

On obtient une relation affine. On peut dire que le temps d'écoulement est directement proportionnel au volume.



EXERCICES 3.4

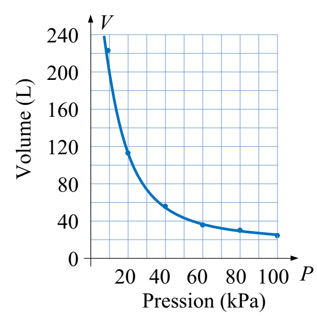
1. *a*) La représentation graphique donne une courbe décroissante concave vers le haut. On peut faire l'hypothèse d'une variation inversement proportionnelle ou inversement proportionnelle au carré.
   En calculant les produits Cx et Cx^2, on constate que le produit Cx est relativement constant, ce qui confirme l'existence d'un lien inversement proportionnel entre les variables.

x (m)	C (kg)	Cx (kg·m)	Cx^2 (kg·m^2)
2	5 765	11 530	23 060
4	2 881	11 524	46 096
6	1 914	11 484	68 904
8	1 446	11 568	92 544
10	1 150	11 500	115 000
12	971	11 652	139 824
14	828	11 592	162 288

   La valeur moyenne des produits Cx est 11 500, le modèle est $C(x) = 11\,550/x$.

   b) $C(9) = 11\,550/9 = 1\,283$ kg. On acceptera 1 280 kg.

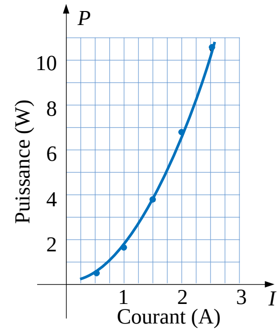
2. *a*) La variable indépendante est la pression.
   b) La représentation graphique donne une courbe décroissante concave vers le haut, ce qui suggère une correspondance inversement proportionnelle ou inversement proportionnelle au carré.
   c) En calculant les produits pV, on constate que le produits pV est relativement constant, ce qui confirme l'existence d'un lien inversement proportionnel entre les variables.



Pression et volume de 32 g d'oxygène à 0 °C		
Pression (kilopascal)	Volume (litres)	Produit des données
10	224,0	2 240
20	112,0	2 240
40	56,0	2 240
60	37,3	2 238
80	28,0	2 240
100	22,4	2 240

   d) La correspondance est décrite par: $PV = 2\,240$, d'où $V = \dfrac{2\,240}{P}$.

3. *a*) La variable indépendante est le courant.
   b) La représentation graphique donne une courbe croissante et concave vers le haut, ce qui suggère une correspondance directement proportionnelle au carré.



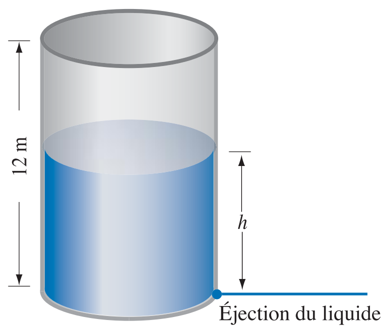
Puissance dissipée en fonction du courant		$\frac{P}{I^2}$
Courant (A)	Puissance (W)	
0,5	0,4	1,600
1,0	1,7	1,700
1,5	3,9	1,733
2,0	6,9	1,725
2,5	10,8	1,728

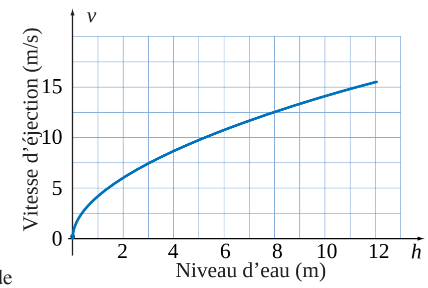
Les résultats du tableau confirment l'existence d'un lien directement proportionnel au carré puisque le rapport de la variable dépendante et de la variable indépendante au carré est relativement constant.

   d) La moyenne des produits est 1,6972, on acceptera donc 1,70 comme constante car les valeurs expérimentales ont seulement deux chiffres significatifs. La correspondance est décrite par :

$$\frac{P}{I^2} = 1{,}70, \text{ d'où } P(I) = 1{,}70\ I^2.$$

4. *a*) La variable indépendante est la hauteur.
   b) La représentation graphique donne une courbe croissante et concave vers le bas, ce qui suggère une relation de puissance dans laquelle $0 < b < 1$.





   c) Si l'hypothèse de Bernoulli est exacte, cela signifie que le rapport $\frac{v}{\sqrt{h}}$ devrait être relativement constant.

En effectuant le calculs, on obtient alors les résultats compilés dans le tableau ci-contre. On constate que le rapport est relativement constant.

Hauteur h (m)	Vitesse v (m/s)	$\sqrt{h}$	$v/\sqrt{h}$
0	0	0,0000	–
1	4,43	1,0000	4,4300
2	6,26	1,4142	4,4265
3	7,67	1,7321	4,4283
4	8,86	2,0000	4,4300
5	9,91	2,2361	4,4319
6	10,85	2,4495	4,4295
7	11,72	2,6458	4,4297
8	12,53	2,8284	4,4300
9	13,29	3,0000	4,4300
10	14,01	3,1623	4,4304
11	14,69	3,3166	4,4292
12	15,35	3,4641	4,4312

Par l'équation de Bernoulli, la vitesse est décrite en fonction de la profondeur de l'ouverture par :

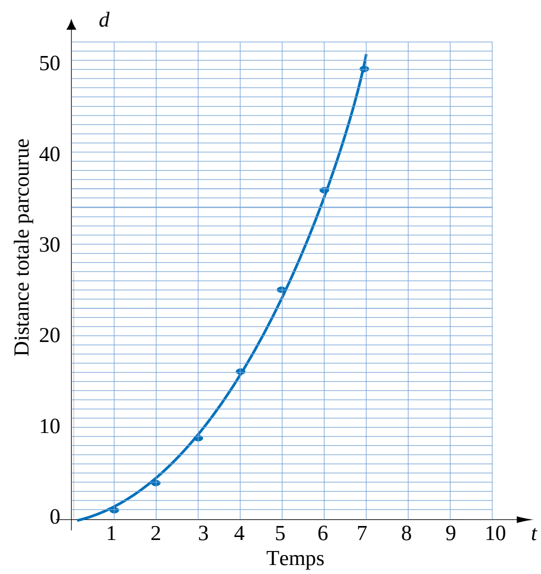
$$v(h) = (2gh)^{1/2} = (19{,}64\ h)^{1/2} = 4{,}43\ h^{1/2}$$

Effectivement, l'idée de Bernoulli semble exacte.

5. *a*) Le tableau des résultats est le suivant :

Distance par imtervalle		Distance parcourue selon le temps	
Rang de l'intervalle de temps	Distance parcourue durant cet intervalle	Durée du parcours	Distance totale parcourue
1	1	1	1
2	3	2	4
3	5	3	9
4	7	4	16
5	9	5	25
6	11	6	36
7	13	7	49

b) Le graphique de la distance totale parcourue en fonction du temps écoulé est donné ci-contre.



La représentation graphique donne une courbe croissante et concave vers le haut, ce qui suggère une correspondance directement proportionnelle au carré.

Les résultats du tableau confirment l'existence d'un lien directement proportionnel au carré puisque le rapport de la variable dépendante et de la variable indépendante au carré est relativement constant. Il est toujours égal à 1.

c) Le modèle mathématique est de la forme

$$d = at^2$$

où a est une constante en lien avec la distance parcourue durant le premier intervalle de temps.

d) Galilée ne disposait que de la théorie des proportions héritée des grecs et, dans cette théorie, un rapport n'était concevable qu'entre des entités de même nature. Son énoncé se traduit alors de la façon suivante ;

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$$

Dans notre conception moderne des proportions, cela s'écrit également :

$$\frac{d_1}{t_1^2} = \frac{d_2}{t_2^2} = a$$

D'où l'on tire $d = at^2$.

Historiquement, c'est avec le développement du calcul différentiel et intégral que le rapport d'entités de nature différente sera possible. En particulier, le rapport d'une distance sur un temps donnera la notion de vitesse et le rapport d'une distance sur le carré du temps donnera la notion d'accélération.