CHAPITRE 2

EXERCICES 2.2

1. *a*) $3(y - 1) - 5y = 2y - (y - 2)$ devient :
$3y - 3 - 5y = 2y - y + 2$, en distribuant;
$-2y - 3 = y + 2$, en simplifiant;
$-2y - 3 + 3 = y + 2 + 3$, en additionnant 3 aux deux membres;
$-2y = y + 5$, en simplifiant;
$-2y - y = y + 5 - y$, en soustrayant y aux deux membres;
$-3y = 5$, en simplifiant;
$\frac{-3y}{-3} = \frac{5}{-3}$, en divisant les deux membres par –3;
$y = -\frac{5}{3}$, en simplifiant.
L'ensemble-solution est {–5/3}.

b) $5(r - 2) = r + 4(r - 3) + 2$ devient :
$5r - 10 = r + 4r - 12 + 2$, en distribuant;
$5r - 10 = 5r - 10$, en simplifiant;
$0r = 0$, en soustrayant $5r$ et en additionnant 10 aux deux membres;
L'ensemble-solution est **R**.

c) $2(l + 0,25) = \lambda + (1,07 + \lambda)$ devient :
$2\lambda + 0,5 = 2\lambda + 1,07$, en distribuant et en simplifiant;
$0,5 = 1,07$, en soustrayant 2λ aux deux membres.
On obtient une équation impossible et l'ensemble-solution est l'ensemble vide, ∅.

d) $98,95\frac{c_x}{100} + \left(\frac{100 - c_x}{100}\right)18,70 = 63,50$ devient :
$\frac{98,95c_x}{100} + \frac{1870 - 18,70c_x}{100} = 63,50$, en distribuant;
$100 \times \frac{98,95c_x}{100} + 100 \times \frac{1870 - 18,70c_x}{100} = 100 \times 63,50$, en multipliant les deux membres par 100;
$98,95c_x + 1870 - 18,70c_x = 6350$, en simplifiant;
$80,25c_x + 1870 = 6350$, en simplifiant;
$80,25c_x = 4480$, en soustrayant 1870 aux deux membres;
$c_x = 55,8255...$, en divisant les deux membres par 1870.
En appliquant les règles de présentation des résultats, l'ensemble-solution est {55,83}.

e) $\frac{(3t - 0,18)(t - 0,26)}{t + 3} = 0$ d'où :
$(3t - 0,18)(t - 0,26) = 0$ puisque le quotient est nul et qu'il est défini seulement si $t + 3 \neq 0$;
$(3t - 0,18) = 0$ ou $(t - 0,26) = 0$, un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul;
De $3t - 0,18 = 0$, on tire $t = 0,06$ et de $t - 0,26 = 0$, on tire $t = 0,26$.
L'ensemble-solution est {0,06; 0,26}.

f) $\frac{6(\theta - 2)}{3} = \theta + (\theta - 4)$, d'où :
$\frac{6(\theta - 2)}{3} = 2\theta - 4$, en simplifiant;
$3 \times \frac{6(\theta - 2)}{3} = 3(2\theta - 4)$, en multipliant les deux membres par 3;
$6\theta - 12 = 6\theta - 12$, en simplifiant et en distribuant;
$0\theta = 0$. L'équation est satisfaite pour tous les nombres réels.
L'ensemble-solution est **R**.

g) $\frac{3x-1}{2}-\frac{1-x}{3}=x$, d'où :

$6\left(\frac{3x-1}{2}-\frac{1-x}{3}\right)=6x$, en multipliant les deux membres par 6;

$\frac{6(3x-1)}{2}-\frac{6(1-x)}{3}=6x$, en distribuant;

$\frac{6(3x-1)}{2}-\frac{6(1-x)}{3}=6x$, en distribuant;

$3(3x – 1) – 2(1 – x) = 6x$, en simplifiant;
$9x – 3 – 2 + 2x = 6x$, en distribuant;
$11x – 5 = 6x$, en simplifiant;
$5x = 5$, en soustrayant $6x$ et en additionnant 5 aux deux membres et en simplifiant;
$x = 1$, en divisant les deux membres par 5.
L'ensemble-solution est {1}.

h) $\frac{3t}{5}=\frac{2}{t}+\frac{3t+4}{5}$, d'où :

$5t\left(\frac{3t}{5}\right)=5t\left(\frac{2}{t}+\frac{3t+4}{5}\right)$, en multipliant les deux membres par $5t$, puisque l'équation est définie seulement si $t \neq 0$;

$\left(\frac{5t\times 3t}{5}\right)=\left(\frac{5t\times 2}{t}+\frac{5t(3t+4)}{5}\right)$, en distribuant;

$t(3t) = 10 + t(3t + 4)$, en simplifiant;
$3t^2 = 10 + 3t^2 + 4t$, en distribuant;
$0 = 10 + 4t$, en soustrayant $3t^2$ aux deux membres;
$–4t = 10$, en soustrayant $4t$ aux deux membres;

$t=\frac{10}{-4}$, en divisant les deux membres par –4;

$x = –2,5$.
L'ensemble-solution est {–2,5}.

i) $\frac{3(x-1)}{x-3}=\frac{x-4}{x+5}+2$. L'équation est définie seulement si les facteurs sont $(x – 3)$ et $(x – 5)$ non nuls, d'où :

$\frac{(x-3)(x+5)\times 3(x-1)}{x-3}=\frac{(x-3)(x+5)(x-4)}{x+5}+2(x-3)(x+5)$, en multipliant les deux membres par $(x-3)(x-5)$;

$3(x + 5)(x – 1) = (x – 3)(x – 4) + 2(x – 3)(x + 5)$, en simplifiant;
$3(x^2 + 4x – 5) = x^2 – 7x + 12 + 2(x^2 + 2x – 15)$, en distribuant;
$3x^2 + 12x – 15 = x^2 – 7x + 12 + 2x^2 + 4x – 30$, en distribuant;
$3x^2 + 12x – 15 = 3x^2 – 3x – 18$, en simplifiant;
$12x – 15 = – 3x – 18$, en soustrayant $3x^2$ aux deux membres;
$15x = – 3$, en additionnant $3x$ et 15 aux deux membres;
$x = –3/15 = –0,2$, en divisant les deux membres par 15.
L'ensemble-solution est {–0,20}.

j) $\frac{5\mu}{3-\mu}=\frac{15}{3-\mu}$. L'équation est définie seulement si les facteurs sont $3 – \mu \neq 0$ ou $\mu \neq 3$, d'où :

$(3-\mu)\times\frac{5\mu}{3-\mu}=(3-\mu)\times\frac{15}{3-\mu}$, en multipliant les deux membres par $3 – \mu$;

$5\mu = 15$, en simplifiant;
$\mu = 3$, en divisant les deux membres par 5. Ce qui est une impossibilité puisque le dénominateur est nul lorsque μ = 3. L'ensemble-solution est donc l'ensemble vide, $\varnothing$.

2. *a*) On doit avoir $\dfrac{y-1}{x-7}=\dfrac{2-1}{-3-7}$, d'où :

$\dfrac{y-1}{x-7}=\dfrac{1}{-10}$, en simplifiant;

$y-1=\dfrac{1}{-10}(x-7)$, en multipliant les deux membres par $x-7$;

$y-1=\dfrac{-x}{10}+\dfrac{7}{10}$, en distribuant;

$y=\dfrac{-x}{10}+\dfrac{7}{10}+1$, en additionnant 1 aux deux membres;

$y=\dfrac{-x}{10}+\dfrac{7}{10}+\dfrac{10}{10}$, en mettant au même dénominateur,

$y=\dfrac{-x}{10}+\dfrac{17}{10}$, en simplifiant.

L'équation de la droite est donc $y=\dfrac{-x}{10}+\dfrac{17}{10}$.

En procédant de la même façon, on trouve :

b) $y=\dfrac{-8x}{7}+\dfrac{27}{7}$ *c*) $y=\dfrac{-10x}{7}-\dfrac{9}{7}$

3. *a*) On doit avoir $\dfrac{y-2}{x-8}=\dfrac{-1}{5}$, d'où :

$y-2=\dfrac{-1}{5}(x-8)$, en multipliant les deux membres par $x-7$;

$y-2=\dfrac{-x}{5}+\dfrac{8}{5}$, en distribuant;

$y=\dfrac{-x}{5}+\dfrac{8}{5}+2$, en additionnant 2 aux deux membres;

$y=\dfrac{-x}{5}+\dfrac{8}{5}+\dfrac{10}{5}$, en mettant au même dénominateur,

$y=\dfrac{-x}{5}+\dfrac{18}{5}$, en simplifiant.

L'équation de la droite est donc $y=\dfrac{-x}{5}+\dfrac{18}{5}$.

En procédant de la même façon, on trouve :

b) $y=\dfrac{3x}{4}+\dfrac{17}{4}$ *c*) $y=4x-13$

4. *a*) La variable indépendante est le nombre de demi-heures t et la variable dépendante est le coût pour la main d'oeuvre. Les frais fixes sont de 20 $ et les frais variables sont de 30 $, le modèle est :

$$c(t)=30t+20$$

b) La réparation ayant duré une demi-heure, on cherche $c(1)$, soit :

$$c(1)=30\times 1+20=50\ \$$$

5. *a*) Soit x la masse en kg et $f(x)$ la masse en lbs. La correspondance établie est (70; 154), cependant on doit également avoir (0; 0). La droite passe par l'origine et le modèle sera de la forme $f(x) = ax$. On a donc :

$$a = \frac{154}{70} = 2,2$$

Le modèle est $f(x) = 2,2x$.

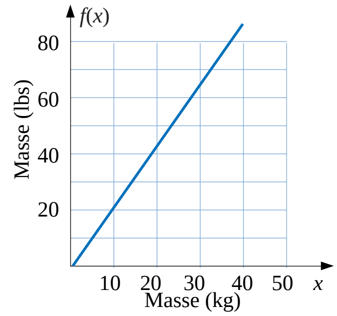
c) Pour trouver la masse en livres, il faut trouver l'image par la fonction décrivant la correspondance, ce qui donne :

$$f(80) = 176 \ ; \ f(100) = 220$$

d) Pour trouver l'équivalent en kg, il faut trouver la préimage par la fonction décrivant la correspondance, ce qui donne :

$$f(x) = 2,2x = 8$$

et, en isolant x, on trouve 3,6 kg.



6. *a*) Soit F la température en Fahrenheit et C la température en Celsius. On a alors les correspondances (32;0) et (212;100). On cherche donc l'équation d'une droite dont deux points sont connus, ce qui donne :

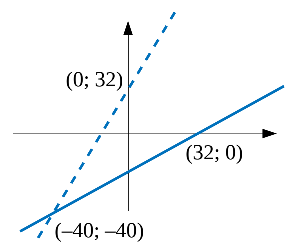
$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

c) –3,9° ; 37,8° ; 82,2°

d) On doit isoler la variable F dans la règle de correspondance, ce qui donne

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

Elle permet de transformer les degrés centigrades en degrés Fahrenheit.

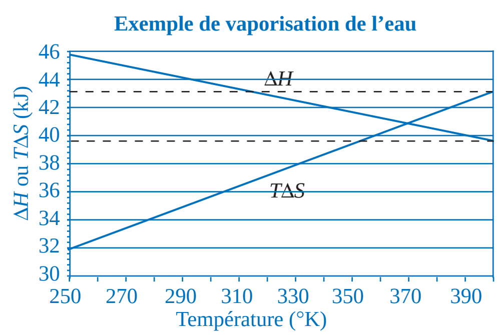


7. On peut considérer deux points sur chacune des droites et en estimer les coordonnées. Sur la droite décrivant $T\Delta S$, on a les points (250; 32) et (400; 43,1). On doit donc avoir :

$$\frac{T\Delta S - 32}{T - 250} = \frac{43,1 - 32}{400 - 250} = 0,074$$, d'où : $T\Delta S = 0,074T + 13,5$

Sur la droite décrivant ΔH, on a les points (250; 45,6) et (400; 39,5). On doit donc avoir :

$$\frac{\Delta H - 45,6}{T - 250} = \frac{39,5 - 45,6}{400 - 250} = -0,047$$, d'où : $\Delta H = -0,047T + 57,35$.

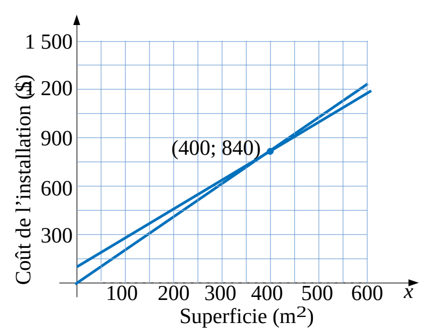


8. *a*) Le coût dépend de la superficie à couvrir.

b) $C_1(x) = 1,8x + 120$ et $C_2(x) = 2,1x$

c) $C_1(300) = 660$ \$ et $C_2(300) = 630$ \$

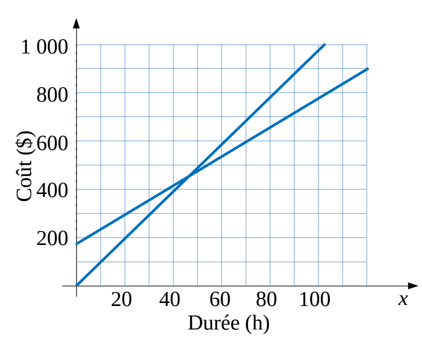
d) Cela devient avantageux au-delà de 400 m^2, graphiquement c'est l'abscisse du point de rencontre des droites.



9. *a*) $C_1(x) = 10x$ et $C_2(x) = 6x + 180$

b) $C_1(30) = 300$ \$ et $C_2(30) = 360$ \$, $C_1(90) = 900$ \$ et $C_2(90) = 720$ \$

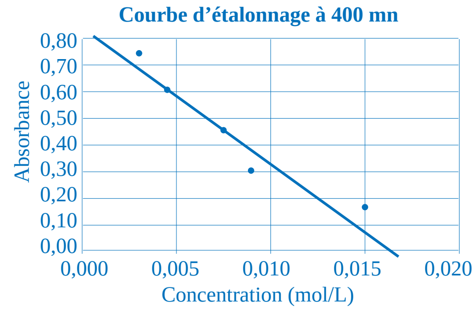
c) 45 jours. Choisir le fournisseur 1 si la durée prévue est inférieure à 45 jours.



10. En estimant que la meilleure droite passe par les points (0,005; 0,57) et (0,015; 0,07). On a :

$$\frac{A-0{,}07}{C-0{,}015}=\frac{0{,}57-0{,}07}{0{,}005-0{,}005}=\frac{0{,}50}{-0{,}01}=-50\text{, d'où :}$$

$A = -50C + 0{,}82$.

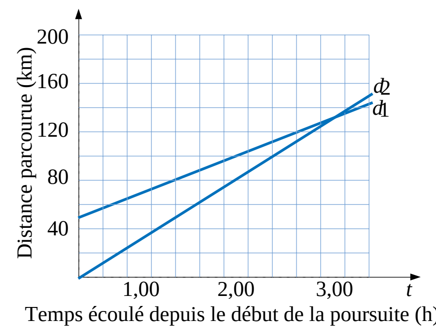


11. *a*) La distance parcourue par la camionnette est décrite en fonction du temps *t* par :

$$d_1(t) = 50t$$

b) Lorsque la camionnette entame la poursuite, les cyclistes ont déjà parcouru 1,75 × 30 = 52,5 km. La distance parcourue par les cyclistes à partir du moment où la camionnette se met en route est donc décrite en fonction du temps *t* par :

$$d_2(t) = 30t + 52{,}5$$



d) L'abscisse représente le temps écoulé entre le moment où la camionnette prend le départ et le moment où elle rattrape les cyclistes. L'ordonnée de ce point est la distance parcourue par la camionnette et les cyclistes au moment où la camionnette rejoint le groupe.

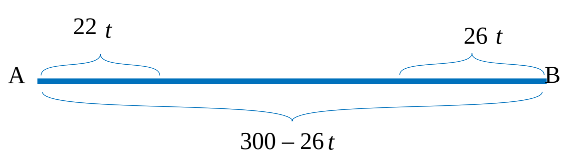
e) Pour trouver le temps pris par la camionnette pour rattraper le groupe de cyclistes, on peut procéder par comparaison des ordonnées, car on cherche à quel moment les deux auront parcouru la même distance. On pose donc :

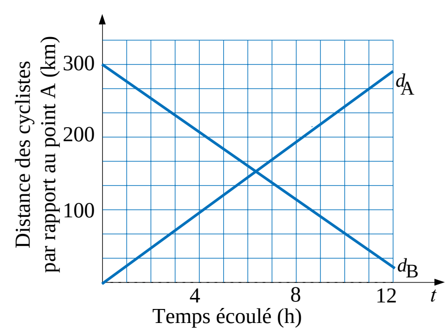
$$d_1(t) = d_2(t)$$
$$50t = 30t + 52{,}5$$
$$20\,t = 52{,}5$$
$$t = 2{,}625$$

Le temps requis est donc de 2 heures 37 minutes et 30 secondes.
La distance parcourue est alors: $d_1(2{,}625) = 131{,}25$ km.

12. *a*) Représentons par *t* le temps en heures écoulé depuis le moment du départ, par d_A la distance d'André par rapport au point A et par d_B la distance de Bertrand par rapport au point A. On a alors :

$$d_A(t) = 22t$$
$$d_B(t) = 300 - 26t$$





c) L'abscisse du point de rencontre des droites représente le temps écoulé entre le départ des cyclistes et leur rencontre. L'ordonnée du point de rencontre des droites indique à quelle distance du point A les cyclistes vont se rencontrer.

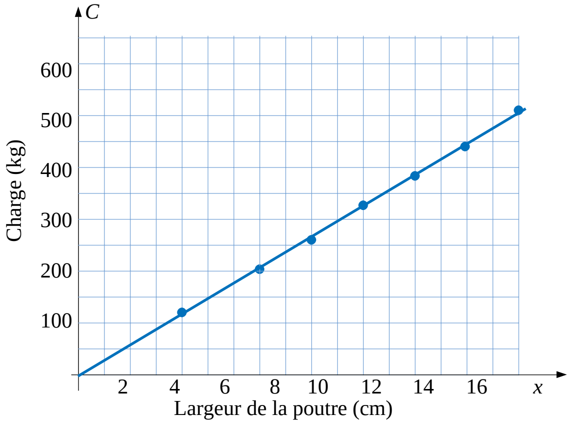
d) On peut déterminer l'instant de la rencontre par comparaison des ordonnées. On a alors :

$$22t = 300 - 26t$$
$$48t = 300$$
$$t = 6{,}25$$

Le temps écoulé est donc de 6 heures 15 minutes.

e) La distance parcourue par André est $d_A(6{,}25) = 22 \times 6{,}25 = 137{,}50$ km. Puisque Bertrand partait du point B et qu'au moment de la rencontre ils sont à la même distance du point A, Bertrand a donc parcouru $300 - 137{,}50 = 162{,}50$ km.

13. *a*)



x (cm)	C k(g)	C/x (kg/cm)
5	148	29,6
7	208	29,7
9	266	29,6
11	326	29,6
13	385	29,6
15	444	29,6
17	503	29,6

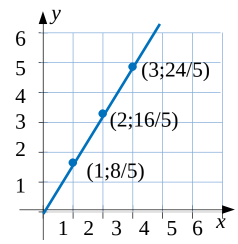
Le modèle est $C(x) = 29{,}6\,x$

b) $C(8) = 237$ kg.

14. Soit x la vitesse de l'engrenage de 24 dents et y la vitesse de l'engrenage de 15 dents. On a alors :

$$\frac{y}{x} = \frac{24}{15}, \text{ d'où } y = \frac{24}{15}x = \frac{8}{5}x$$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	8/5	16/5	24/5	32/5	8



15. Puisque $\dfrac{y}{x} = k$, on a $k = 20$ km/cm, d'où $y = 20x$. Ce qui donne les correspondances suivantes :

x cm	3	8	6,25	13,75
y km	60	80	125	275

16. Soit y la vitesse de rotation de la poulie de 30 cm et x la vitesse de rotation de la poulie de 55 cm, on a alors :

$$\frac{y}{x} = \frac{55}{30} \text{ et } y = \frac{55}{30}x$$

Cette dernière égalité décrit la relation entre les vitesses. Si $x = 6$ tours/s, alors $y = 11$ t/s.

17. *a*) Le volume est donné par $\dfrac{5{,}4\text{ kg}}{0{,}42 \times 10^3\text{ kg/m}^3} = 0{,}0129\text{ m}^3$

b) Soit y la masse de la sculpture en bronze et x la masse de la maquette en bois, on a alors :

$$\frac{y}{x} = \frac{8{,}5 \times 10^3}{0{,}42 \times 10^3} = 20{,}2 \text{ on a donc } y = 20{,}2\,x$$

Sachant que $x = 5{,}4$ kg, on trouve $y = 109$ kg. On aurait également pu résoudre en faisant le produit du volume par la masse volumique du bronze, soit $0{,}0129\text{ m}^3 \times 8{,}5 \times 10^3\text{ kg/m}^3 = 109$ kg.

18. Soit x la vitesse de la roue de 30 dents, y et z les vitesses des roues de 20 et 15 dents respectivement. On a alors :

$$\frac{y}{x} = \frac{30}{20} \text{ et } \frac{z}{x} = \frac{30}{15} \text{ d'où } y = \frac{30}{20}x \text{ et } z = \frac{30}{15}x$$

Sachant que: $x = 15$ tours/s , on a donc :

$$y = \frac{30}{20} \cdot 15 = 22{,}5\text{ t/s} \quad \text{et } z = \frac{30}{15} \cdot 15 = 30\text{ t/s}$$

19. *a*) Puisque les rapports A/C sont relativement constants, le modèle est de la forme $A = aC$.
La moyenne des rapportsest 1,4067, en arrondissant, on obtient 1,41.
Le modèle est alors $A = 1{,}41C$.
b) 21,15°
c) 7,09 g/ml, 14,18 g/ml

C	A	A/C
4,0	5,64	1,4100
6,5	9,10	1,4000
8,0	11,36	1,4200
12,0	16,80	1,4000
15,5	22,01	1,4200
16,5	22,94	1,3903
		1,4067

20. *a*) Les données sont à pas constant. C est fonction de A, soit $[\alpha]_\lambda^t = f(t)$.
Puisque $f(t + p) - f(t) \approx$ constante, le modèle est de la forme :
$[\alpha]_\lambda^t = at + b$, où $a = -0{,}133/0{,}5 \approx -0{,}266$, d'où $[\alpha]_\lambda^t = -0{,}266t + b$
La moyenne des abscisses est 21,75 et la moyenne des ordonnées est 66,0345. On doit donc avoir :
$66{,}0345 = -0{,}266 \times 21{,}75 + b$ d'où $b = 71{,}82$
Le modèle est alors $[\alpha]_\lambda^t = -0{,}266t + 71{,}82$.
b) Si $t = 21{,}25°$, on a $[\alpha]_\lambda^t = -0{,}266 \times 21{,}25 + 71{,}82 = 66{,}1675$
c) En isolant t dans $[\alpha]_\lambda^t = -0{,}266t + 71{,}82$, on obtient :

$$t = \frac{[\alpha]_\lambda^t - 71{,}82}{-0{,}266} = -3{,}7594[\alpha]_\lambda^t + 270$$

Si $[\alpha]_\lambda^t = 67°$, on a : $t = -3{,}7594 \times 67 + 270 = 18{,}1202$. On acceptera 18,12.

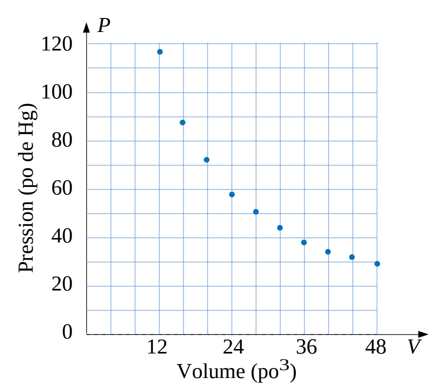
Si $[\alpha]_\lambda^t = 65°$, on a : $t = -3{,}759 \times 65 + 270 = 25{,}639$.On acceptera 25,64.

t	$[\alpha]_\lambda^t$	$f(t + p) - f(t)$
20,5	66,367	-
21,0	66,234	–0,133
21,5	66,101	–0,133
22,0	65,968	–0,133
22,5	65,835	–0,133
23,0	65,702	–0,133
21,75	66,0345	–0,133

21. *a*) Les données sont à pas constant. T_f est fonction de T_f, soit $T_f = f(T_a)$.
Puisque $f(T_a + p) - f(T_a) \approx$ constante, le modèle est de la forme :
$T_f = aT_a + b$, où $a = 0{,}26/10 \approx 0{,}026$, d'où $T_f = 0{,}026T_a + b$
La moyenne des abscisses est 95 et la moyenne des ordonnées est 27,05.
On doit donc avoir :
$27{,}05 = 0{,}026 \times 95 + b$ d'où $b = 24{,}58$
Le modèle est alors $T_f = 0{,}026T_a + 24{,}58$.
b) Si $T_a = 150°$, on a $T_f = 0{,}026 \times 150 + 24{,}58 = 28{,}48°$, on retiendra 28,5°.
c) Si $T_f = 30°$, on a $30 = 0{,}026T_a + 24{,}58$, d'où $T_a = 208{,}46°$, on retiendra 208,5°.
Si $T_f = 26°$, on a $26 = 0{,}026T_a + 24{,}58$, d'où $T_a = 54{,}61°$, on retiendra 54,6°.

T_a	T_f	$f(T_a + p) - f(T_a)$
120	27,7	0,3000
110	27,4	0,2000
100	27,2	0,3000
90	26,9	0,2000
80	26,7	0,3000
70	26,4	–
95	27,05	0,2600

22. *a*) Le graphique ne permet pas de faire l'hypothèse d'un lien affine, puisque les points semblent donner une courbe et non une droite.

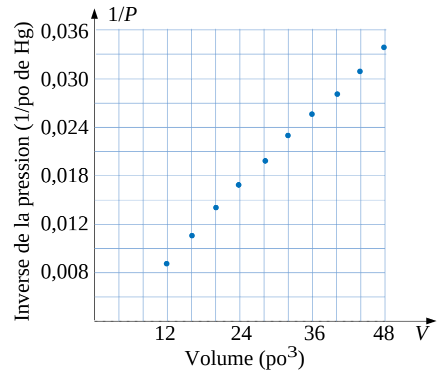


b) Le tableau des correspondances est donné ci-contre.

c) Le graphique permet de faire l'hypothèse d'un lien affine entre V et $1/P$, puisque les points semblent former une droite.

d) On peut utiliser le critère algébrique puisque les données sont à pas constant.

Volume V (po^3)	Pression P (po de Hg)	$1/P$
12,0	117,5	0,0085
16,0	87,9	0,0114
20,0	70,7	0,0141
24,0	58,8	0,0170
28,0	50,4	0,0198
32,0	44,2	0,0226
36,0	39,2	0,0255
40,0	35,3	0,0283
44,0	32,1	0,0312
48,0	29,4	0,0340
30,0	56,55	0,0213



e) $1/P$ est fonction de V, soit $1/P = f(V)$.
Puisque $f(V + p) - f(V) \approx$ constante, le modèle est de la forme :
$1/P = aV + b$, où $a = 0{,}00283/4 \approx 0{,}0007075$, d'où :
$1/P = 0{,}0007075V + b$
La moyenne des abscisses est 30 et la moyenne des ordonnées est 0,0213. On doit donc avoir :
$0{,}0213 = 0{,}0007075 \times 30 + b$ d'où $b = 0{,}000075$
Le modèle est alors $1/P = 0{,}0007075V + 0{,}000075$.

f) Si $P = 40$ po de Hg, on a $1/P = 0{,}025$. D'où
$0{,}025 = 0{,}0007075V + 0{,}000075$ qui donne $V = 35{,}22968...$
On retiendra 35,3 po^3.

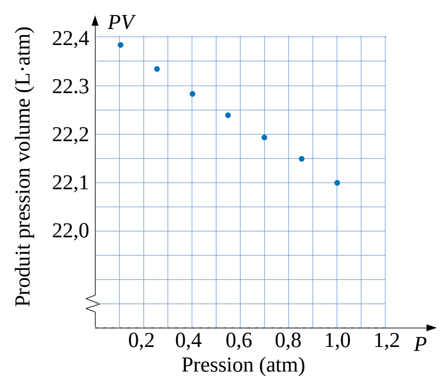
g) Si $V = 28$ po^3, on a $1/P = 0{,}0007075 \times 28 + 0{,}000075$, d'où $1/P = 0{,}019885$, on retiendra 0,0199 1/po de Hg.

Volume V (po^3)	Pression P (po de Hg)	$1/P$	$f(V + p) - f(V)$
12,0	117,5	0,0085	–
16,0	87,9	0,0114	0,00287
20,0	70,7	0,0141	0,00277
24,0	58,8	0,0170	0,00286
28,0	50,4	0,0198	0,00283
32,0	44,2	0,0226	0,00278
36,0	39,2	0,0255	0,00289
40,0	35,3	0,0283	0,00282
44,0	32,1	0,0312	0,00282
48,0	29,4	0,0340	0,00286
30,0	56,55	0,0213	0,00283

23. *a*) Le tableau des correspondances et le graphique sont donnés ci-contre.

b) Le graphique permet de faire l'hypothèse d'un lien affine entre P et PV, puisque les points semblent former une droite.

Pression P (atm)	Volume V (L)	PV L·atm
0,10	223,88	22,3880
0,25	89,36	22,3400
0,40	55,73	22,2920
0,55	40,44	22,2420
0,70	31,71	22,1970
0,85	26,06	22,1510
1,00	22,10	22,1000
0,55	65,8971	22,2443



c) PV est fonction de P, soit $PV = f(P)$.
Puisque $f(P + p) - f(P) \approx$ constante, le modèle est de la forme :
$PV = aP + b$, où $a = -0{,}0480/15 = -0{,}32$, d'où :
$PV = -0{,}32P + b$
La moyenne des abscisses est 0,55 et la moyenne des ordonnées est 22,2443. On doit donc avoir :
$22{,}2443 = -0{,}32 \times 0{,}55 + b$ d'où $b = 22{,}4203$
Le modèle est alors $PV = -0{,}32P + 22{,}4203$.

d) La constante idéale est l'image de 0 par la relation, compte tenu de la précision des données, on a 22,42 L·atm.
Remarque: dans le cas des gaz réels, la loi de Boyle-Mariotte n'est qu'approximative. C'est en déterminant l'influence d'une variation de la pression sur le volume que l'on étudie l'importance de ces déviations.

Pression P (atm)	Volume V (L)	PV L·atm	$f(P + p) - f(P)$
0,10	223,88	22,3880	
0,25	89,36	22,3400	–0,0480
0,40	55,73	22,2920	–0,0480
0,55	40,44	22,2420	–0,0500
0,70	31,71	22,1970	–0,0450
0,85	26,06	22,1510	–0,0460
1,00	22,10	22,1000	–0,0510
0,55	65,8971	22,2443	–0,0480

EXERCICES 2.4

1. *a*) Dans cette situation, la variable indépendante est la concentration et la variable dépendante est l'absorbance.

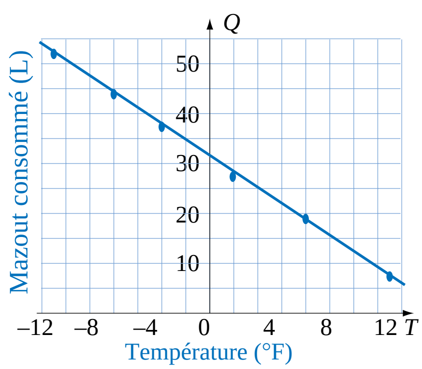
Concentration (mol/L)	Absorbance à 400 mn	CA	C^2
0,003	0,75	0,00225	0,000009
0,005	0,61	0,00305	0,000025
0,008	0,45	0,00360	0,000064
0,009	0,30	0,00270	0,000081
0,015	0,16	0,00240	0,000225
0,040	2,27	0,01400	0,000404

b)
$$a=\frac{n\sum C_iA_i-\left(\sum C_i\right)\left(\sum A_i\right)}{n\sum C_i^{\,2}-\left(\sum C_i\right)^2}$$
$$=\frac{5\times(0{,}01400)-0{,}040\times 2{,}27}{5\times 0{,}000404-(0{,}040)^2}=-49{,}5238...$$
$$b=\frac{\sum A_i-a\sum C_i}{n}$$
$$=\frac{2{,}27-(-49{,}5238...)\times 0{,}040}{5}=0{,}8501...$$

Le modèle est $A = -49{,}52C + 0{,}85$.

c) La somme des carrés des résidus est 0,016, le coefficient de corrélation est 0,96 et le coefficient de détermination est 0,9216.

2. *a*)



b)
$$a=\frac{n\sum T_iQ_i-\left(\sum T_i\right)\left(\sum Q_i\right)}{n\sum T_i^{\,2}-\left(\sum T_i\right)^2}$$
$$=\frac{6\times(-541)-1\times 180}{6\times 355-(1)^2}=-1{,}6092...$$
$$b=\frac{\sum Q_i-a\sum T_i}{n}$$
$$=\frac{180-(-1{,}6092...)\times 1}{6}=30{,}2682...$$

Valeurs expérimentales			
T	Q	TQ	T^2
–11	48,0	–528	121
–7	41,0	–287	49
–1	32,0	–32	1
2	27,0	54	4
6	20,0	120	36
12	11,0	132	144
1	180	–541	355

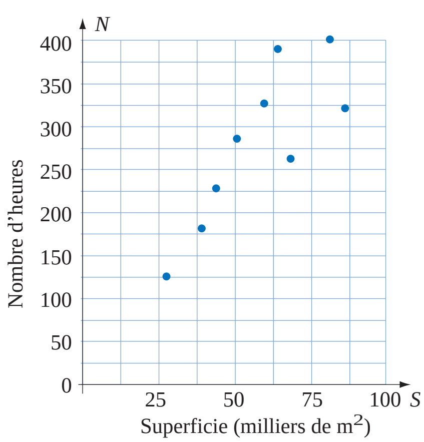
Le modèle est $Q(T) = -1{,}609T + 30{,}27$, en tenant compte de la précision des données.

c) $Q(9) = 15{,}789$ et on arrondit à 15,8 L.

d) $Q(-12) = 49{,}578$ et on arrondit à 49,6 L. La consommation mensuelle sera $49{,}6 \times 31 = 1\,537{,}6$ L. En arrondissant, on dira 1540 L.

e) $Q(-20) = 62{,}45$ L et on arrondit à 62,5 L.

3. *a*)



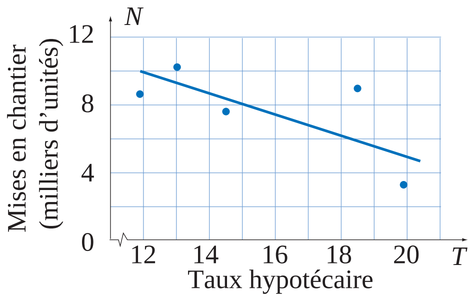
S (m²)	N (h)	SN	S^2
87 000	320	27 840 000	7 569 000 000
81 000	400	32 400 000	6 561 000 000
69 000	260	17 940 000	4 761 000 000
64 000	388	24 832 000	4 096 000 000
60 000	325	19 500 000	3 600 000 000
51 000	284	14 484 000	2 601 000 000
44 000	227	9 988 000	1 936 000 000
39 000	180	7 020 000	1 521 000 000
28 000	125	3 500 000	784 000 000
523 000	2 509	157 504 000	33 429 000 000

b) $N(s) = 0{,}0039s + 55$ en arrondissant.

c) Environ 270 h. Il est à remarquer que si on retient $N(s) = 0{,}003854s + 54{,}83$ comme modèle, on trouve 270,65 h et en prenant $N(s) = 0{,}0039s + 55$, on trouve 273,40 h. Cette différence est négligeable dans le contexte car cette différence n'est que de 1 % [(273,4 – 270,65)/273] alors que le coefficient de corrélation est 0,82, On ne peut, de toutes façons, garantir une précision aussi grande. On doit conclure que le temps requis est d'environ 270 h.

d) Le coefficient de corrélation est de 0,82: il indique que la corrélation n'est pas parfaite. Le modèle donne un ordre de grandeur du temps nécessaire, pas une estimation juste. On remarquera la dispersion des points. Ils ne sont pas tous groupés de façon à suggérer une droite. On peut déjà dire, sans effectuer de calculs, que le coefficient de corrélation sera positif sans être très proche de 1. Le coefficient de corrélation est une mesure de la dispersion des points par rapport à la droite des moindres carrés.

4. *a)*



T (%)	N	TN	T^2
11,75	8800	103400	138,0625
13	10100	131300	169
14,5	7800	113100	210,25
18,55	9000	166950	344,1025
19,75	3500	69125	390,0625
77,55	39200	583875	1251,4775

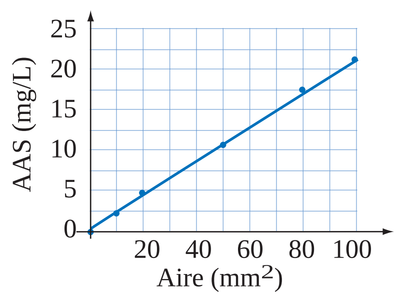
b) On trouve a = –495,4496 et b = 15524,4232. On peut conserver tous les chiffres pour les calculs et arrondir à la fin. On acceptera $N(T) = –495T + 15\,500$.

c) Le coefficient de corrélation est de –0,675: il indique que la corrélation est négative et très faible. Cela signifie que le modèle affine est peu représentatif du phénomène. Il y a certainement d'autres facteurs qui interviennent dans le nombre de mises en chantier.

5. *a)* Par la méthode des moindres carrés, on trouve :
a = 211,278689 et
b = 77,0901639.
Le modèle est :
$A = 211,3c + 77,09$

b) L'image de 0,00 est 77,09. L'image théorique semble éloignée de l'image observée.

c) r = 0,999. Le choix d'un modèle affine semble justifié.



AAS (c) (mg/L)	Aire (A) (mm^2)	cA	c^2
0	0	10	10
10	2157	21570	100
20	4374	87480	400
50	10652	532600	2500
80	17200	1376000	6400
100	21012	2101200	10000
260	55395	4118850	19400

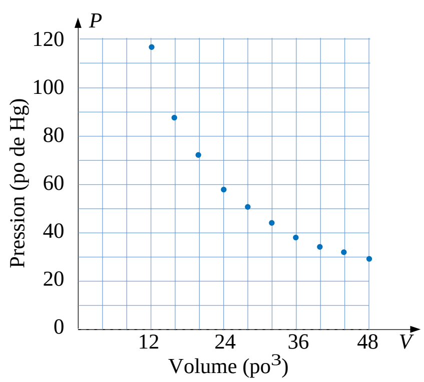
6. *a)* Les correspondances sont données dans le tableau ci-contre.

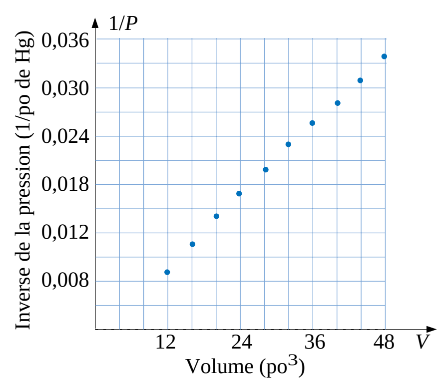
b) Par la méthode des moindres carrés, on trouve :
a = 0,00070784 et
b = 0,0000157068.
Le modèle est :
$1/P = 0,0007078V + 0,00001571$

c) Si la pression est de 40 po de Hg, on a $1/P = 0,025$. On cherche V tel que :
$0,025 = 0,0007078V + 0,00001571$
D'où V =35,29, on acceptera 35,3 po^3.

d) Si le volume est de 28 po, on doit avoir :
$1/P = 0,0007078 \times 28 + 0,00001571$
$1/P = 0,01983411$, d'où P = 50,4181...
On acceptera 50,4 po de HG.

e) r = 0,999996556. Le choix d'un modèle affine semble justifié

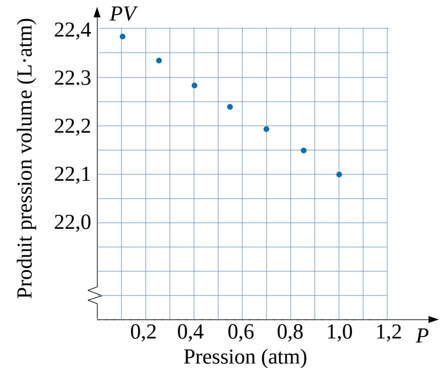




Volume V (po^3)	Pression P (po de Hg)	$1/P$ (1/po de Hg)	$V\times 1/P$	V^2
12,0	117,5	0,00851064	0,10212766	144,0
16,0	87,9	0,01137656	0,18202503	256,0
20,0	70,7	0,01414427	0,28288543	400,0
24,0	58,8	0,01700680	0,40816327	576,0
28,0	50,4	0,01984127	0,55555556	784,0
32,0	44,2	0,02262443	0,72398190	1024,0
36,0	39,2	0,02551020	0,91836735	1296,0
40,0	35,3	0,02832861	1,13314448	1600,0
44,0	32,1	0,03115265	1,37071651	1936,0
48,0	29,4	0,03401361	1,63265306	2304,0
300,0		0,21250905	7,30962024	10320,0

7. *a*) Les correspondances sont données dans le tableau ci-contre.
   b) Par la méthode des moindres carrés, on trouve :
   a = –0,31833333 et
   b = 22,41936905.
   Le modèle est :
   $PV = -0{,}3183P + 22{,}419$
   c) La constante idéale est l'image de 0 par la relation. Compte tenu de la précision des données, on a 22,42 L·atm.
   d) r = –0,999908548
   Le choix d'un modèle affine semble justifié.

Pression P (atm)	Volume V (L)	PV L·atm
0,10	223,88	22,3880
0,25	89,36	22,3400
0,40	55,73	22,2920
0,55	40,44	22,2420
0,70	31,71	22,1970
0,85	26,06	22,1510
1,00	22,10	22,1000
3,85	489,28	155,7100



Pression P (atm)	Volume V (L)	PV L·atm	$P{\times}PV$	P^2
0,10	223,88	22,3880	2,23880	0,0100
0,25	89,36	22,3400	5,58500	0,0625
0,40	55,73	22,2920	8,91680	0,1600
0,55	40,44	22,2420	12,23310	0,3025
0,70	31,71	22,1970	15,53790	0,4900
0,85	26,06	22,1510	18,82835	0,7225
1,00	22,10	22,1000	22,10000	1,0000
3,85	489,28	155,7100	85,43995	2,7475

8. *a*) Les correspondances sont données dans le tableau ci-contre.
   b) Par la méthode des moindres carrés, on trouve :
   a = –0,17547619 et
   b = 22,43465476.
   Le modèle est :
   $PV = -0{,}1754P + 22{,}43$
   c) La constante idéale est l'image de 0 par la relation. Compte tenu de la précision des données, on a 22,43 L·atm.
   d) r = –0,999908548
   Le choix d'un modèle affine semble justifié.
   e) Lorsque la pression est de 0,62 atm, on doit avoir :
   $PV = -0{,}1754 \times 0{,}62 + 22{,}43 = 22{,}321252$ et
   $$V = \frac{PV}{P} = \frac{22{,}321252}{0{,}62} = 36{,}00201...$$
   Compte tenu de la précision des données, on acceptera 36,00 L

Pression P (atm)	Volume V (L)	PV L·atm	$P{\times}PV$	P^2
0,10	224,2	22,420	2,24200	0,0100
0,25	89,56	22,390	5,59750	0,0625
0,40	55,9	22,360	8,94400	0,1600
0,55	40,62	22,341	12,28755	0,3025
0,70	31,87	22,309	15,61630	0,4900
0,85	26,22	22,287	18,94395	0,7225
1,00	22,26	22,260	22,26000	1,0000
3,85	490,63	156,367	85,89130	2,7475