

Théorème fondamental

1 1

Répondre dans les espaces libres en utilisant les notations appropriées.

1. a) Expliquer pourquoi le théorème de Lagrange s'applique pour la fonction :

$$f(x) = \frac{4}{x-7}$$

dans l'intervalle $[-1; 3]$.

- b) Que prévoit le théorème de Lagrange dans ce cas?

- c) Trouver la valeur prévue par le théorème de Lagrange.

2. Pour effectuer l'intégrale définie :

$$\int_1^3 (2x-1)e^{x^2-x} dx$$

il faut faire un changement de variable en posant $u = x^2 - x$.

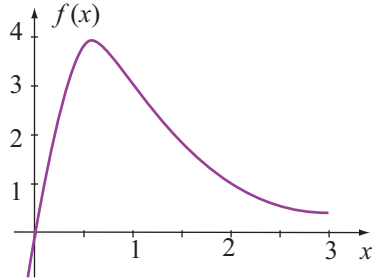
- a) Quelles sont alors les nouvelles bornes d'intégration pour la variable u ?
- b) Écrire l'intégrale en termes de u et effectuer en appliquant le théorème fondamental.

3. a) Qu'est-ce que l'ordonnée moyenne d'une fonction positive sur un intervalle $[c; d]$? Comment l'obtient-on?

b) Calculer l'ordonnée moyenne de la fonction :

$$f(x) = \frac{12x}{(x^2 + 1)^2}$$

dans l'intervalle $[0; 2]$.

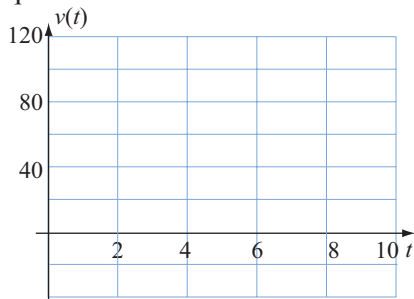


4. On étudie, durant dix secondes, le comportement d'une particule qui subit une excitation électrique. La particule est initialement au repos et sa position initiale est le point de référence de cette étude. Sa vitesse durant l'intervalle de temps $[0; 10]$ est décrite par :

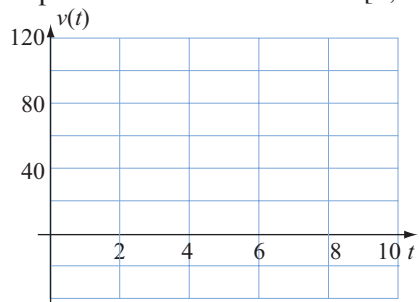
$$v(t) = t^3 - 12t^2 + 32t \text{ m/s.}$$

a) Calculer la variation de position dans l'intervalle $[0; 10]$.

b) Représenter graphiquement la fonction vitesse durant cet intervalle de temps. Calculer la vitesse moyenne et représenter celle-ci sur le graphique.



c) Représenter graphiquement la fonction décrivant la position durant l'intervalle $[0; 10]$.



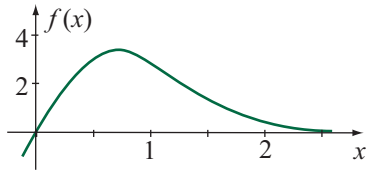
d) Calculer la distance totale parcourue par la particule durant cet intervalle de temps.

e) Calculer la vitesse moyenne réelle de la particule durant ces 10 secondes.

5. a) Comment doit-on procéder pour calculer une intégrale impropre sur un intervalle $[c; \infty[$?

b) Qu'est-ce qu'une intégrale impropre convergente? Divergente?

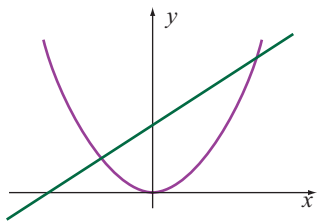
c) Évaluer l'aire sous la courbe de la fonction $f(x) = 8xe^{-x^2}$ sur l'intervalle $[0; \infty[$.



d) Peut-on parler d'ordonnée moyenne dans la partie c)?

7. Calculer l'aire entre les deux courbes.

a) $y = x^2$ et $y = x + 2$.



$$b) x = y^2 - 1 \text{ et } x = y + 1.$$

