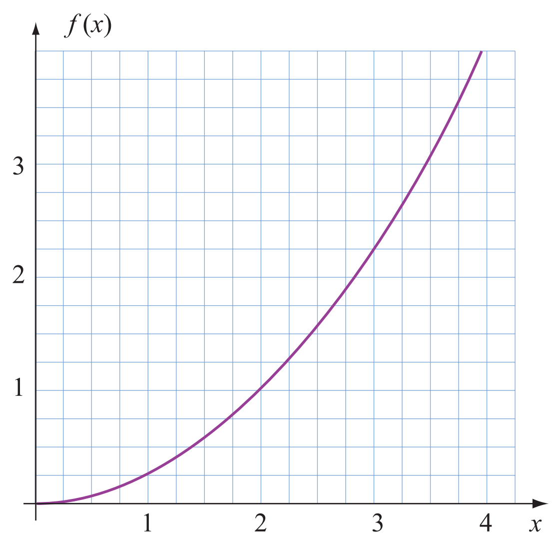
Intégrale définie

Auto-évaluation

09

Répondre dans les espaces libres en utilisant les notations appropriées.

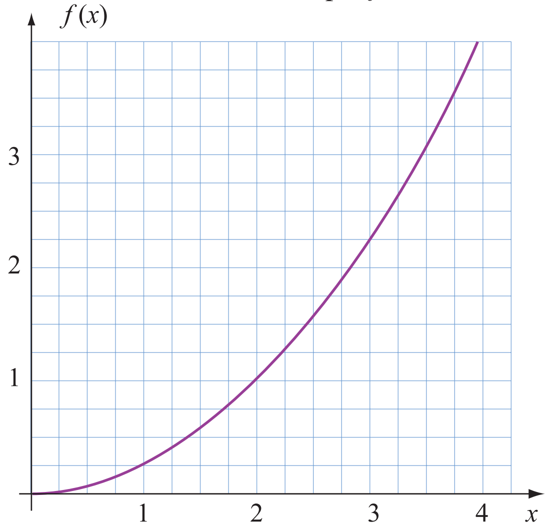
1. Le graphique ci-dessous représente une partie de la courbe de la fonction définie par $f(x) = x^2/4$.



a) En divisant en quatre sous-intervalles et en représentant votre démarche sur le graphique, donner une estimation par défaut et une estimation en excès de l'aire sous la courbe de cette fonction dans l'intervalle [1; 3].

b) Donner un intervalle de valeurs à l'intérieur duquel se retrouve la valeur de l'aire sous la courbe dans l'intervalle [1; 3].

2. Le graphique ci-dessous représente une partie de la courbe de la fonction définie par $f(x) = x^2/4$.



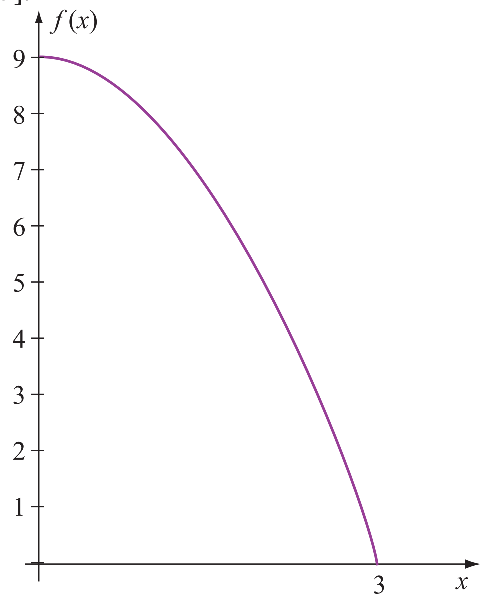
a) En divisant en huit sous-intervalles et en représentant votre démarche sur le graphique, donner une estimation par défaut et une estimation en excès de l'aire sous la courbe de cette fonction dans l'intervalle [1; 3].

b) Donner un intervalle de valeurs à l'intérieur duquel se retrouve la valeur de l'aire sous la courbe dans l'intervalle [1; 3].

c) Comparer l'intervalle obtenu en *b* avec celui du numéro 1.

d) Comment faudrait-il procéder pour l'aire exacte sous la courbe?

3. Le graphique ci-dessous représente la partie de la courbe de la courbe $f(x) = 9 - x^2$ dans l'intervalle [0; 3].



a) Déterminer la largeur des sous-intervalles constituant une partition de l'intervalle [0; 3] en *n* sous-intervalles.

b) Déterminer la frontière de droite du i^e intervalle et calculer son image.

c) Déterminer l'aire du i^e rectangle.

d) Écrire la somme des aires des rectangles et simplifier.

e) Évaluer la limite lorsque *n* tend vers l'infini.

f) Que représente la limite de cette somme de Riemann?

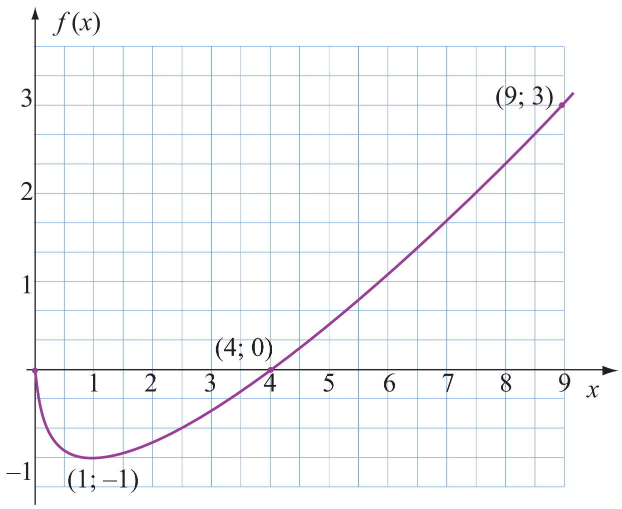
BANQUE D'INTÉGRALES DÉFINIES

$$\int_0^d 1dx = d,\ \int_0^d x\,dx = \frac{d^2}{2},\ \int_0^d x^2\,dx = \frac{d^3}{3}, \int_0^d x^3\,dx = \frac{d^4}{4},\ \int_0^d \sqrt{x}\,dx = \frac{2d\sqrt{d}}{3},\ \int_0^d e^x\,dx = e^d,\ \int_0^d e^{-x}\,dx = \frac{e^d - 1}{e^d}.$$

4. Le graphique suivant représente la fonction définie par :

$$f(x) = x - 2\sqrt{x},$$

dans l'intervalle [0; 9].



a) Décrire la procédure pour calculer l'aire algébrique sous cette courbe dans l'intervalle [0; 9]. Appliquer cette procédure en ayant recours à la banque d'intégrales définies ci-haut.

b) Décrire la procédure pour calculer l'aire géométrique sous cette courbe dans l'intervalle [0; 4]. Appliquer cette procédure en ayant recours à la banque d'intégrales définies ci-haut.

c) Décrire la procédure pour calculer l'aire géométrique sous cette courbe dans l'intervalle [0; 9]. Appliquer cette procédure en ayant recours à la banque d'intégrales définies ci-haut.

5. En utilisant la banque d'intégrales ci-haut et les propriétés de l'intégrale, calculer les intégrales suivantes :

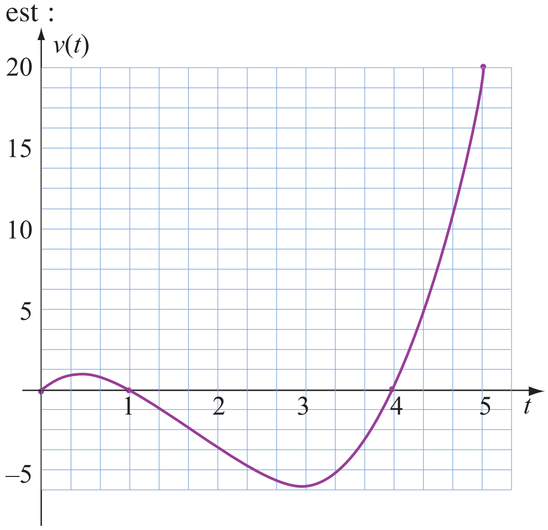
   a) $\int_0^6 (2+4e^{-x})dx$

   b) $\int_2^4 e^{-x}dx$

6. La vitesse d'un mobile en fonction du temps est donnée par :

$$v(t) = t^3 - 5t^2 - 4t \text{ m/s}$$

dont la représentation graphique sur l'intervalle [0; 5] est :



a) Sur quels intervalles la position est-elle croissante? Décroissante?

b) Si la position initiale du mobile est à 12 m du point de référence, à quelle distance est-il de ce point à 1 s?

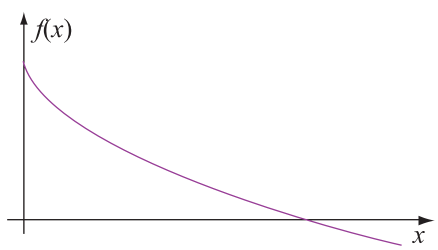
c) À quelle distance du point de référence est-il à 4 s?

d) À quelle distance du point de référence est-il à 9 s?

e) Quelle est la distance totale parcourue par le mobile?

7. Calculer l'aire sous la courbe des fonctions suivantes dans l'intervalle indiqué.

   a) L'aire délimitée par les axes et la courbe de :
   $f(x) = 6 - 2\sqrt{x}$



   b) L'aire sous la courbe entre le maximum relatif et le minimum relatif de la fonction :
   $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$.