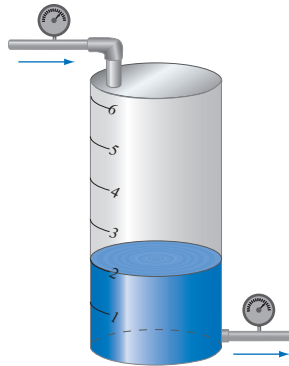


# Intégration : une introduction

# 08

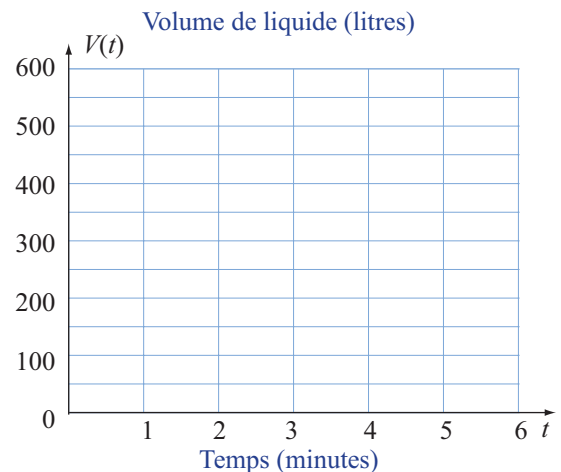
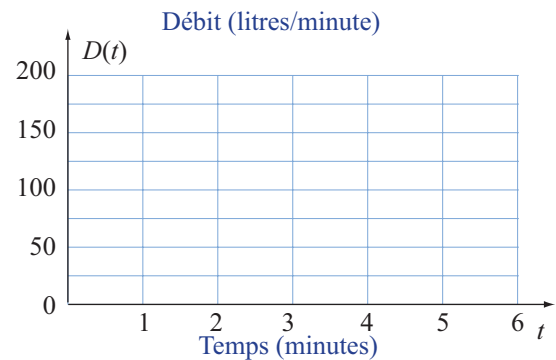
Répondre dans les espaces libres en utilisant les notations appropriées.

1. Lorsque le système d'alimentation d'un réservoir se met en marche, un appareil enregistre, chaque minute, le débit dans la conduite alimentant le réservoir. Les valeurs obtenus lors du dernier relevé sont celles dans du tableau suivant.



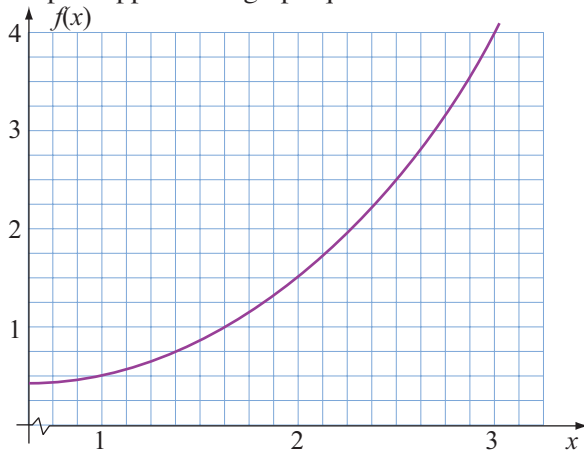
$t$ min	0	1	2	3	4	5
$D(t)$ L/min						

- Calculer  $dV_1$ , la variation du volume de liquide dans l'intervalle  $[0; 1]$ .
- Calculer  $dV_4$ , la variation du volume de liquide dans l'intervalle  $[3; 4]$ .
- Utiliser la notation  $dV_i$  pour décrire la variation du volume de liquide durant l'intervalle  $[0; 6]$ .
- Dans le premier système d'axes ci-contre, représenter la fonction débit. Dans ce graphique, par quoi est représentée la variation  $dV_3$ .
- En complétant le tableau suivant, estimer la quantité de liquide ajouté durant l'intervalle de temps  $[0; 6]$ .
- Dans le deuxième système d'axes ci-contre, représenter la fonction décrivant le volume de liquide ajouté dans le réservoir durant l'intervalle  $[0; 6]$ . Dans ce graphique, par quoi est représentée la variation  $dV_3$ .



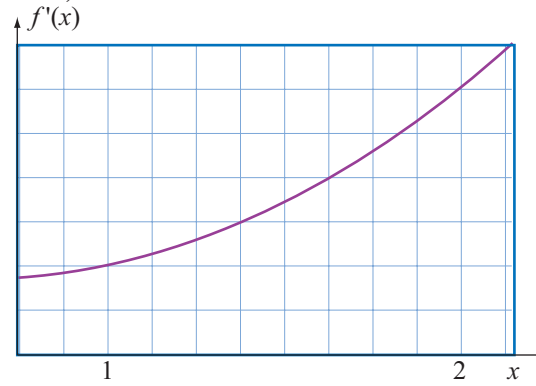
2. Le graphique ci-dessous est une portion de la courbe d'une fonction  $f$  et le graphique ci-contre est un agrandissement de la région  $[0,75; 2]$ .

a) Représenter sur le graphique ci-contre la différentielle  $dy|_{1; 0,5}$ , en expliquant ce que représente cette différentielle et ce qu'elle permet d'estimer par rapport à ce graphique.

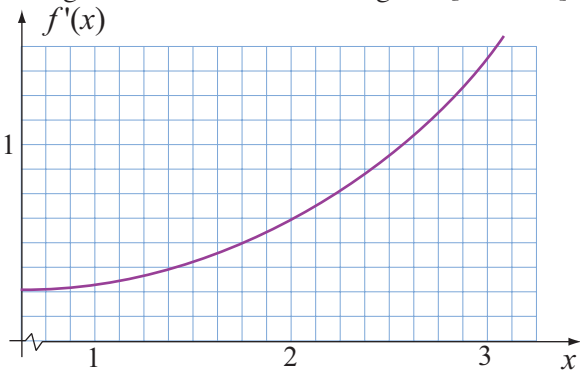


b) Expliquer et illustrer sur le graphique ci-dessus comment il faudrait procéder pour calculer une estimation de la variation de la fonction dans l'intervalle  $[1; 3]$ , en divisant celui-ci en quatre sous-intervalles. Décrire cette estimation par une somme de différentielles.

2. a)

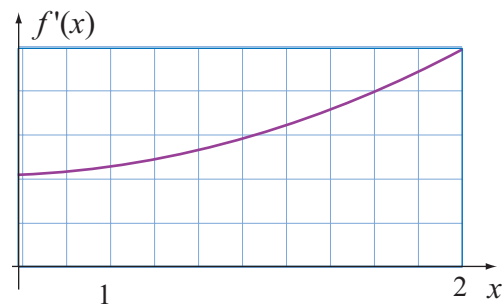


3. Le graphique ci-dessous est celui d'une fonction dérivée  $f'$  et le graphique ci-contre est un agrandissement de la région  $[0,75; 2]$ .



a) Représenter sur le graphique ci-contre la différentielle  $dy|_{1; 0,5}$ , en expliquant ce que représente cette différentielle et ce qu'elle permet d'estimer par rapport à ce graphique.

b) Expliquer et illustrer sur le graphique de  $f'$ , ci-dessus, comment il faudrait procéder pour calculer une estimation de l'aire sous la courbe de cette fonction dans l'intervalle  $[1; 2]$  en divisant celui-ci en quatre sous-intervalles. Décrire cette estimation par une somme de différentielles.



4. Un corps chauffé à  $90^\circ\text{C}$  est plongé dans un milieu à  $30^\circ\text{C}$ . La température  $T$  du corps,  $t$  minutes après avoir été plongé dans ce milieu satisfait l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{5}(T - 30), \text{ où } T \geq 30^\circ.$$

- a) Calculer la température du corps, une minute et demie après avoir été plongé dans le milieu.
- b) En complétant le tableau suivant, déterminer l'évolution de la température du corps durant les neuf premières minutes.

$\Delta t$ (min)	$T$ ( $^\circ\text{C}$ )	$dT/dt$ ( $^\circ\text{C}/\text{min}$ )	$dT$ ( $^\circ\text{C}$ )	$T + dT$ ( $^\circ\text{C}$ )
[0; 1,5[				
[1,5; 3[				
[3; 4,5[				
[4,5; 6[				
[6; 7,5[				
[7,5; 9[				

- c) Dans le système d'axes ci-contre, représenter graphiquement le comportement de la température du corps durant cet intervalle de temps.
- d) Notons  $T_0$ , la température initiale du corps et  $T_i$  la température à la fin du  $i^{\text{e}}$  intervalle d'une minute et demie. Écrire, à l'aide des différentielles, la relation permettant d'estimer la température du corps neuf minutes après qu'il a été plongé dans le milieu à  $30^\circ\text{C}$ .

