Auto-évaluation

06

Analyse de fonctions

Répondre dans les espaces libres en utilisant les notations appropriées.

1. Dans le rectangle sous les représentations graphiques de la colonne de droite, indiquer par la lettre associée, les propriétés de la fonction.

a) $f(c)$ ∃ *b*) $f(c)$ ∄

c) $f\,'(c)$ ∃ *d*) $f\,'(c)$ ∄

e) $f\,'(c) = 0$ *f*) $f\,'(c) > 0$

g) $f\,'(c) < 0$ *h*) $f\,''(c) > 0$

i) $f\,''(c) < 0$ *j*) $f\,''(c) = 0$

k) $f\,''(c)$ ∄

l) $f\,'(x) > 0$ si $c < 0$, $f\,'(x) < 0$ si $c > 0$.

m) $f\,'(x) < 0$ si $c < 0$, $f\,'(x) > 0$ si $c > 0$.

n) $f\,'(x) < 0$ si $c < 0$, $f\,'(x) < 0$ si $c > 0$.

o) $f\,'(x) > 0$ si $c < 0$, $f\,'(x) > 0$ si $c > 0$.

p) $f\,''(x) > 0$ si $c < 0$, $f\,''(x) < 0$ si $c > 0$.

q) $f\,''(x) < 0$ si $c < 0$, $f\,''(x) > 0$ si $c > 0$.

r) $f\,''(x) > 0$ si $c < 0$, $f\,''(x) > 0$ si $c > 0$.

s) $f\,''(x) < 0$ si $c < 0$, $f\,''(x) < 0$ si $c > 0$.

t) $(c; f(c))$ est un maximum relatif.

u) $(c; f(c))$ est un minimum relatif.

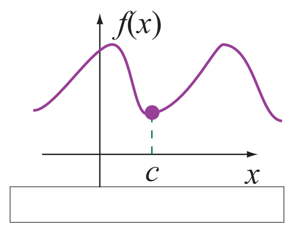
v) $(c; f(c))$ est un point d'inflexion.

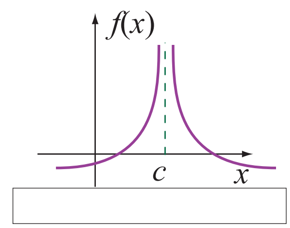
w) $(c; f(c))$ est un point stationnaire.

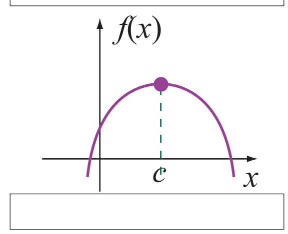
x) $(c; f(c))$ est un point anguleux.

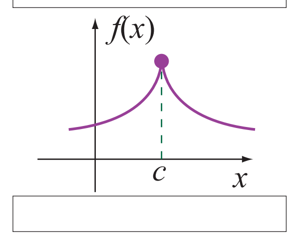
y) $(c; f(c))$ est un point de rebroussement.

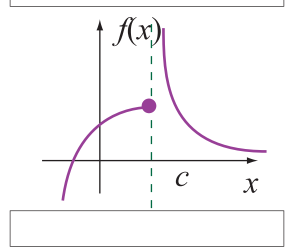
z) $f\,'(x)$ a une asymptote verticale à $x = c$.

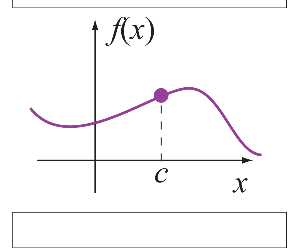


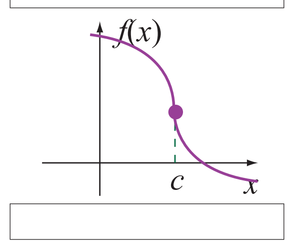


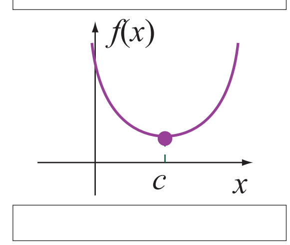


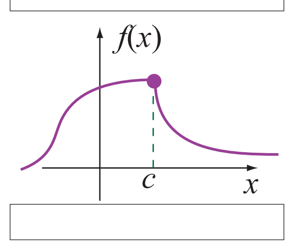


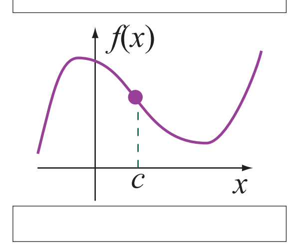


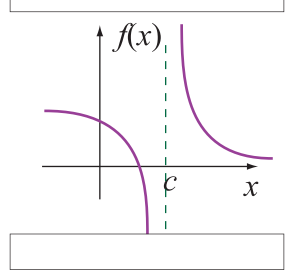


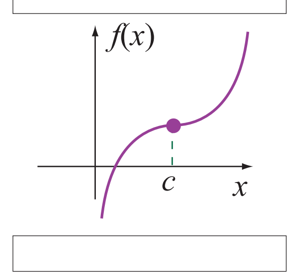












2. Déterminer si les fonctions suivantes ont une asymptote verticale. Justifier votre réponse.

   a) $f(x)=\dfrac{x^3-4}{x^2+1}$

   b) $f(x) = x^2 + 4x - 2$

   c) $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{x-3}$

   d) $f(x)=\dfrac{x^2+4}{x-2}$

   e) $f(x) = \ln x$

   f) $f(x) = \tan x$

3. Déterminer si les fonctions suivantes ont une asymptote horizontale. Justifier votre réponse.

   a) $f(x) = e^x$

   b) $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x+4}$

   c) $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{5x^2+4}$

   d) $f(x)=\dfrac{x+4}{x^2-5}$

4. Déterminer si les fonctions suivantes, dont on donne les dérivées première et seconde, ont des valeurs critiques et indiquer de quelle sorte de points critiques il s'agit. Justifier votre réponse.

a) $f(x) = 3x^2 - 12x - 5$, $f'(x) = 6x - 12$ et $f''(x) = 6$

b) $f(x)=\dfrac{5}{x-2}$, $f'(x)=\dfrac{-5}{(x-2)^2}$ et $f''(x)=\dfrac{10}{(x-2)^3}$

c) $f(x)=\dfrac{x+4}{x-2}$, $f'(x)=\dfrac{-6}{(x-2)^2}$ et $f''(x)=\dfrac{12}{(x-2)^3}$

d) $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x-2}$, $f'(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$ et $f''(x)=\dfrac{2}{(x-2)^3}$

e) $f(x)=(x^2-12)e^{x/2}$, $f'(x)=\dfrac{e^{x/2}}{2}(x^2+4x-12)$

et $f''(x)=\dfrac{e^{x/2}}{4}(x^2+8x-4)$

f) $f(x)=8-\sqrt[3]{(x-4)^2}$, $f'(x)=\dfrac{-2}{3\sqrt[3]{(x-4)}}$

et $f''(x)=\dfrac{2}{9(x-4)\sqrt[3]{(x-4)}}$

g) $f(x)=\sqrt[3]{x^2-x-6}$, $f'(x)=\dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2-x-6)^2}}$

et $f''(x)=\dfrac{-2(x^2+x+38)}{9(x^2-x-6)\sqrt[3]{(x^2-x-6)^2}}$

5. On donne la fonction $f(x) = (x^2 - 4)(x^2 - 1)$.

a) Déterminer le domaine de $f(x)$, son ordonnée à l'origine, ses zéros et ses valeurs critiques par rapport à la dérivée première et à la dérivée seconde.

b) La fonction a-t-elle une asymptote verticale? Justifier.

c) La fonction a-t-elle une asymptote horizontale? Justifier.

d) Déterminer les points critiques de la fonction.

e) Compléter l'analyse de la fonction dans le tableau de la page suivante et esquisser le graphique de la fonction en indiquant les zéros et les points critiques.

$f'(x)$			
$f''(x)$			
$f(x)$			

6. On donne la fonction $f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x/2}$.

a) Déterminer le domaine de $f(x)$, son ordonnée à l'origine, ses zéros et ses valeurs critiques par rapport à la dérivée première et à la dérivée seconde.

b) La fonction a-t-elle une asymptote verticale? A-t-elle une asymptote horizontale? Justifier.

c) Déterminer les points critiques de la fonction.

e) Compléter l'analyse de la fonction dans le tableau de la page suivante et esquisser le graphique de la fonction en indiquant les zéros et les points critiques.

$f'(x)$			
$f''(x)$			
$f(x)$			

7. On donne la fonction $f(x)$ et ses dérivées première et seconde.

$$f(x)=\frac{-2x^2+1}{(x-1)^2},\ f'(x)=\frac{4x-2}{(x-1)^3} \text{ et } f''(x)=\frac{-8x+2}{(x-1)^4}.$$

a) Déterminer le domaine de $f(x)$, son ordonnée à l'origine et les zéros de chacune de ces fonctions.

b) Évaluer $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$. Quelle conclusion peut-on tirer de ces résultats?

c) Évaluer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$. Quelle conclusion peut-on tirer de ces résultats?

d) Déterminer les points critiques de la fonction.

$f'(x)$			
$f''(x)$			
$f(x)$			