

Dérivée : fonctions algébriques

03

Répondre dans les espaces libres en utilisant les notations appropriées.

1. a) Donner la définition de la dérivée d'une fonction $f(x)$.

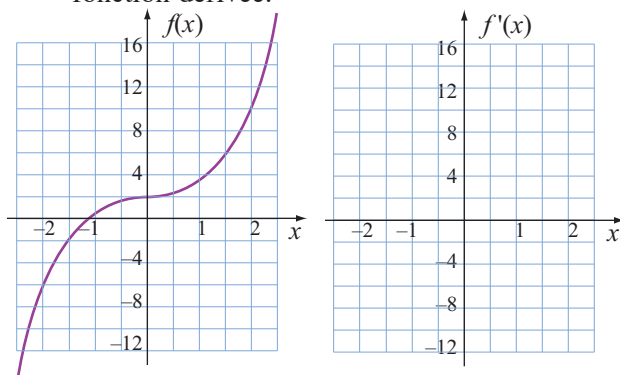
b) Expliquer ce que signifie cette définition.

c) Cette limite est de la forme $0/0$. Qu'est-ce qui nous permet d'avoir l'assurance que le résultat obtenu a du sens?

2. a) En appliquant la définition de fonction dérivée, déterminer la dérivée de la fonction définie par :

$$f(x) = x^3 + 2.$$

b) L'illustration suivante présente deux systèmes d'axes, dans le premier la fonction $f(x) = x^3 + 2$ est représentée. Dans le second, représenter sa fonction dérivée.

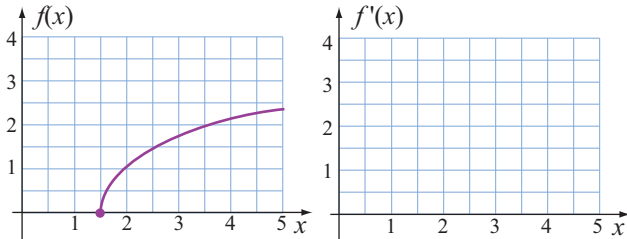


c) Calculer $f'(-1)$, $f'(0)$ et $f'(1)$. Représenter graphique la valeur obtenue dans le graphique de la fonction et dans celui de la fonction dérivée.

3. a) En appliquant la définition de fonction dérivée, déterminer la dérivée de la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{2x-3}.$$

- b) L'illustration suivante présente deux systèmes d'axes, dans le premier la fonction $f(x) = \sqrt{2x-3}$ est représentée. Dans le second, représenter sa fonction dérivée.



- c) Calculer $f'(0)$, $f'(3/2)$ et $f'(2)$. Représenter graphique la valeur obtenue dans le graphique de la fonction et dans celui de la fonction dérivée.

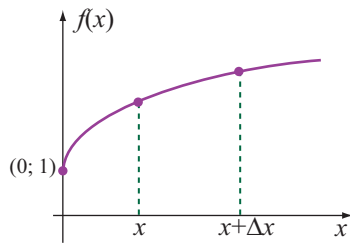
4. En appliquant l'opérateur de dérivation, déterminer les zéros de la dérivée des fonctions suivantes :

a) $f(x) = x^2 - 2x + 4$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 12}{\sqrt{x}}$

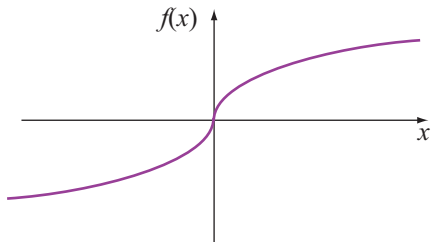
c) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 27}$

5. Soit $y = f(x) = \sqrt{2x} + 1$ dont le graphique est donné ci-dessous. Soit Δx un accroissement de la variable x et Δy l'accroissement de y correspondant à l'accroissement Δx .



- Représenter Δy sur la figure.
- En utilisant l'opérateur de dérivation, déterminer $f'(x)$.
- En posant $dx = \Delta x$, représenter sur la figure la différentielle dy et explique ce qu'elle représente.
- En utilisant la différentielle, estimer l'image de 2,08 par la fonction.

6. Soit la fonction $y = \sqrt[3]{x}$ dont le graphique est donné ci-dessous.



- Déterminer un modèle d'approximation linéaire de cette fonction avec 216 comme abscisse du centre d'approximation.
- Utiliser ce modèle d'approximation linéaire pour estimer $\sqrt[3]{220}$. Dire si cette estimation est en défaut ou en excès.

c) À l'aide d'un modèle d'approximation linéaire, estimer $\sqrt[3]{-60}$.

7. Une système de pompage automatique alimente un réservoir. Lorsque le niveau atteint le seuil critique de 40 litres, la pompe se met automatiquement en marche pour une durée de 40 secondes durant lesquelles le débit est :

$$D(t) = \frac{80t}{t^2 + 16} \text{ L/s.}$$

a) Déterminer l'intervalle de temps durant lequel le débit est croissant et celui durant lequel il est décroissant.

b) En considérant l'instant $t = 2$ comme centre d'approximation, estimer le débit trois secondes après la mise en marche à l'aide d'un modèle d'approximation linéaire.

c) À l'aide de la différentielle, estimer la variation du débit dans l'intervalle $[3; 4]$, dans l'intervalle $[6; 8]$.

8. La position par rapport à un point fixe d'une particule excitée électriquement est donnée par :

$s(t) = t^3 - 16t^2 + 64t$ m où t est mesuré en secondes.

- a) Déterminer la fonction décrivant la vitesse de la particule au temps t , calculer ses zéros et indiquer les intervalles de croissance et de décroissance de la position de la particule par rapport au point de référence.
- b) Déterminer la fonction décrivant l'accélération de la particule au temps t , calculer ses zéros et indiquer les intervalles de croissance et de décroissance de la vitesse de la particule.
- c) Calculer l'accélération lorsque la vitesse est nulle. Interpréter le résultat selon le contexte.
- d) Calculer la vitesse lorsque l'accélération est nulle. Interpréter le résultat selon le contexte.
- e) En calculant la position lorsque la vitesse est nulle et lorsque l'accélération est nulle, décrire la trajectoire de la particule dans le système d'axes ci-dessous en indiquant dans chaque intervalle le comportement des fonctions position, vitesse et accélération.

