

Limites et taux ponctuel

02

Répondre dans les espaces libres en utilisant les notations appropriées.

1. a) Le graphique ci-contre représente la fonction :

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2-x-6},$$

dans l'union d'intervalles $]0; 2[\cup]4; \infty[$. Compléter le tableau ci-dessous et, avec les valeurs calculées, compléter le graphique dans l'intervalle $[2; 4]$.

INTERVALLE			
à gauche		à droite	
x	$f(x)$	x	$f(x)$
2,0		4,0	
2,5		3,5	
2,9		3,1	
2,99		3,01	
2,999		3,001	

b) Utiliser le symbolisme des limites pour décrire le comportement de la fonction au voisinage de 3.

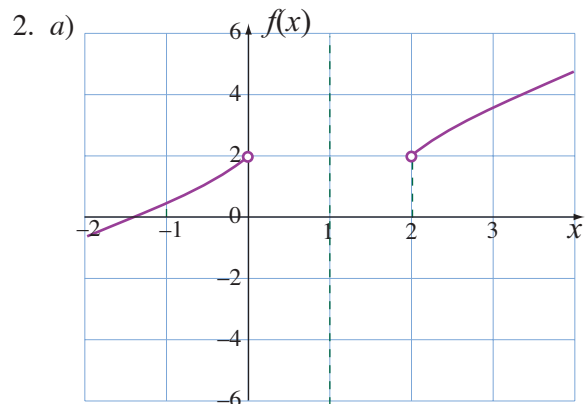
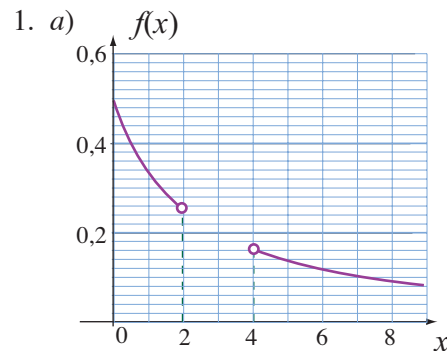
2. a) Le graphique ci-contre représente la fonction :

$$f(x) = \frac{x^2-2}{x-1},$$

dans l'union d'intervalles $]-\infty; 0[\cup]2; \infty[$. Compléter le tableau ci-dessous et, avec les valeurs calculées, compléter le graphique dans l'intervalle $[0; 2]$.

INTERVALLE			
à gauche		à droite	
x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,0		2,0	
0,5		1,5	
0,9		1,1	
0,99		1,01	
0,999		1,001	

b) Utiliser le symbolisme des limites pour décrire le comportement de la fonction au voisinage de 1.



3. À l'aide des propriétés des limites, évaluer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 + 3}{x - 2}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$.

c) Dire pourquoi on peut évaluer la première limite par simple substitution alors que cela est impossible pour la seconde.

4. Expliquer pourquoi on ne peut évaluer les limites suivantes par simple substitution. Existe-t-il une procédure pour lever l'indétermination? Si oui, appliquer cette procédure pour évaluer ces limites.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$.

$$b) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{x-4}.$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 5}{x-2}.$$

5. Soit la fonction définie par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3.$$

a) Déterminer le taux de variation de cette fonction au point d'abscisse 2.

b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe en ce point.

6. Soit la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{x + 4}.$$

- a) Déterminer le taux de variation de cette fonction au point d'abscisse 5.
- b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe en ce point.
- c) Déterminer l'équation de la normale à la courbe en ce point.

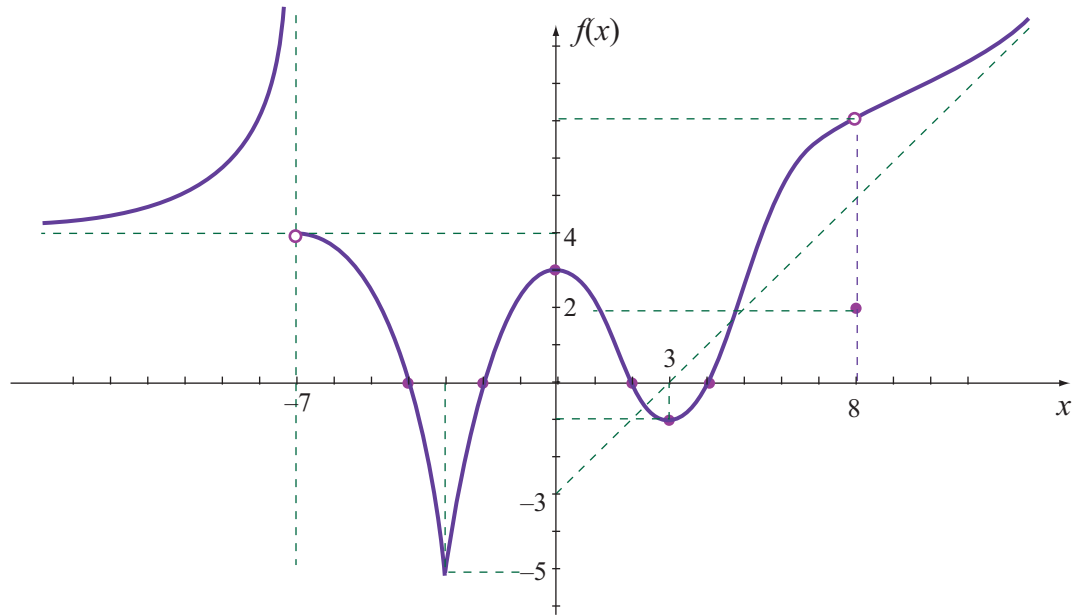
7. Un projectile est lancé verticalement vers le haut et sa position par rapport au sol est décrite par :

$$h(t) = 196t - 4,9t^2 \text{ m}$$

où t est le temps mesuré en secondes.

- a) Calculer le taux de variation instantané 5 s après le lancement.
- b) Calculer le taux de variation instantané 20 s après le lancement.
- c) Calculer le taux de variation instantané 30 s après le lancement.
- d) Interpréter ces taux de variation selon le contexte.





8. Soit $f(x)$ une fonction dont la graphique est donné ci-haut. Évaluer :

a) $f(3)$

b) $f(-7)$

c) $\lim_{x \rightarrow -7^+} f(x)$

d) $\left. \frac{dy}{dx} \right|_0$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

f) $\left. \frac{dy}{dx} \right|_8$

g) $f(8)$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

i) $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{-3}$

j) $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x)$

k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx}$

l) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{dy}{dx}$

m) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

n) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{dy}{dx}$

o) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{dy}{dx}$